

A ANÁLISE MATEMÁTICA

Jacob Zimbarq Sobrinho

*Curso de Análise, de Elon Lages Lima.
Instituto de Matemática Pura e Aplicada e CNPq. Rio de Janeiro, volume I,
primeira edição 1976, quarta edição 1985.*

Trata-se da primeira parte de um curso de Análise Matemática, apresentada pelo conhecido matemático brasileiro Elon Lages Lima, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA. Destina-se aos estudantes de Matemática do Curso Superior – Bacharelado ou Licenciatura – como livro texto de Análise, e, como o próprio autor sugere no prefácio, sua leitura será mais conveniente após dois semestres de Cálculo Diferencial e Integral.

Primeiro que tudo, para melhor situar a obra, é preciso que seja explicada a diferença entre um curso de Cálculo e um de Análise real. Ambos tratam essencialmente da mesma coisa, ou seja, o estudo das funções reais de variável real. No entanto, em um curso de Cálculo, que é cadeira básica de formação, não apenas de matemáticos, mas também de economistas, engenheiros, físicos, químicos, etc., a ênfase se situa mais no aspecto computacional e nas aplicações, podendo o rigor matemático da exposição ser substituído, e com vantagem, pela sedimentação das idéias intuitivas que estão por trás do material. No entanto, o primeiro curso de Análise tem por finalidade não somente tornar precisas as idéias fundamentais do Cálculo, bem como preparar o aluno para os desenvolvimentos subsequentes da Matemática: a tônica deixa, pois, de ser algorítmica para tornar-se inteiramente conceitual.

A obra em questão é auto-suficiente, isto é, a rigor, não são necessários pré-requisitos para a sua compreensão, se bem que, na prática, é preciso que o leitor possua uma certa maturidade na sua formação para usufruir com proveito da leitura.

O autor inicia o livro com dois capítulos introdutórios, o primeiro cobrindo o material essencial de Conjuntos e Funções a ser

usado e que fixa, por assim dizer, a linguagem e as noções básicas comuns a praticamente todos os ramos da Matemática; no segundo são estabelecidos os fundamentos da Teoria dos números naturais pelos axiomas de Peano e rudimentos de Teoria dos Conjuntos, como o estudo de conjunto finitos, enumeráveis e não-enumeráveis.

Daí por diante, o autor desenvolve os tópicos iniciais da Análise propriamente dita em sua ordem tradicional: números reais, topologia da reta, sequências e séries numéricas, limites, continuidade, derivada e integral. Somos presenteados com um magnífico capítulo final de sequências e séries de funções, onde são tratados tópicos como a convergência uniforme, séries de funções e equicontinuidade de conjuntos de funções, terminando o tratado com o teorema de Arzela — Ascoli.

É preciso frisar que a originalidade deste livro reside antes em sua apresentação do que na abordagem do material tratado, por demais clássico. O estilo, tão característico do autor, é fluente e convidativo. O autor consegue amenizar a aridez da exposição matemática fria com uma gama rica e pertinente de exemplos que acompanham a definição de novos conceitos; e em geral, os teoremas vêm a par com aplicações selecionadas com bom gosto e que iluminam a relevância do assunto tratado. Vê-se, por toda a parte, a preocupação não somente com o rigor, mas também com a precisão de conceitos que naturalmente se generalizam para contextos mais avançados. E, finalmente, cada capítulo é acompanhado de uma formidável bateria de exercícios que variam entre os de rotina, médios e difíceis, e que são indispensáveis para a assimilação do conteúdo estudado.

Cumpr-me aqui dizer que, pessoalmente, gostaria que fosse dada maior ênfase à noção geral 'aproximação', a qual é fundamental na Análise Matemática moderna. Para que se tenha uma idéia do significado desta noção, suponha que se queira estudar um objeto cuja natureza é bastante complicada. O que se faz neste caso, é estudar um objeto mais simples e que esteja suficientemente próximo do original. Então, das conclusões que se tira do estudo deste objeto mais simples é possível tirar outras, concernentes ao que se quer estudar. Assim, se aproximam números reais por meio de racionais, funções contínuas por polinômios, funções deriváveis por diferenciais ou pela fórmula de Taylor, etc., etc. Não creio que esta

noção importantíssima tenho sido suficientemente enfatizada, de modo a torná-la consciente no espírito do leitor.

Eu não teria nada a objetar sob forma de crítica ao presente livro a não ser por uma observação que é feita logo na primeira página, onde Tarski e Halmos são citados lado a lado: "Aos leitores interessados em aprofundar seus conhecimentos sobre Lógica e Teoria dos Conjuntos, recomendamos a leitura de (Tarski) e (Halmos), duas pequenas obras-primas que *contêm tudo o que um matemático precisa saber sobre esses assuntos*". (O grifo é meu). Creio que, por descuido, o prof. Elon transpôs para esta frase o "ponto de vista ingênuo" com que trata a Teoria dos Conjuntos em seu livro, confirmando a veracidade de uma frase dita pelo próprio Tarski: "Os matemáticos não conhecem Teoria dos Conjuntos".

Finalmente, é preciso dizer, e com justiça, que o prof. Elon presenteou a atual geração de estudantes com um belo livro, cheio de finura e de requinte, constituindo-se em leitura obrigatória para os que queiram estudar, em língua portuguesa, a Análise matemática de forma séria e honesta.