

ENTREVISTA

O ENSINO DA MATEMÁTICA A PROPOSTA DE PAUL HALMOS

Em agosto de 1981 Donald Albers entrevistou Paul Halmos em Pittsburgh durante a conferência de verão da Associação Matemática Americana. A entrevista foi publicada posteriormente na revista College Mathematics. Agradecemos à Associação Matemática Americana pela permissão de traduzir e esta entrevista e publicá-la em Matemática Universitária.

Pergunta: Você se descreve como um filósofo decadente. O que significa isto?

Halmos: A maioria dos matemáticos acha que existe uma hierarquia nos diversos ramos do conhecimento. Assim, a Matemática precede a Física, e esta, a Engenharia. Seguindo este mesmo raciocínio, eles deveriam admitir, por questões de honestidade, que a Filosofia se encontra ainda acima da Matemática. Iniciei a pós-graduação com intenções de me dedicar à Filosofia. O meu preparo nessas duas áreas já era o suficiente para obter o título em qualquer uma pela qual optasse. Escolhi prioritariamente a Filosofia, porém tomei alguns cursos paralelos de Matemática. No final, não consegui aprovação no exame de qualificação para o mestrado em Filosofia, pois não respondi a todas as perguntas sobre História da Filosofia. Então, mandei a Filosofia às favas, e decidi-me pela Matemática. Embora tenha escolhido Filosofia como segunda opção, nem assim consegui passar o exame final, tendo sido novamente barrado.

Pergunta: Então a Matemática não foi a sua vocação original?



Halmos: Nos meus tempos de estudante de Filosofia, eu já brincava com a Lógica Simbólica; a simbologia do "Principia Mathematica" exercia sobre mim um enorme fascínio. Mesmo como filósofo, contudo, eu sentia maiores inclinações pela Matemática.

Pergunta: Você é o terceiro húngaro a quem entrevistamos.

Halmos: Rejeito tal denominação.

Pergunta: Sabemos que nasceu na Hungria e lá viveu até os treze anos de idade. Mesmo assim rejeita a denominação?

Halmos: Não me considero húngaro. Falo o húngaro, mas por educação, cultura, convicções e tudo o que se possa imaginar, ... sinto-me americano. É verdade que falo o inglês com algum sotaque, mas, mesmo assim, ele é infinitamente superior ao meu húngaro. Domino muito bem o inglês, o que não acontece com o húngaro. A exceção do sotaque, sob todos os outros aspectos, considero-me americano.

Pergunta: Você pode não se sentir ligado à Hungria, mas não seria nenhuma surpresa se a Hungria se sentisse ligada a você. Afinal, você é membro da Academia Húngara de Ciências!

Halmos: De fato, fui eleito membro da Academia Húngara de Ciências, há apenas dois anos. Espero que tenha sido em reconhecimento ao meu trabalho científico, mas suspeito de que o fato de ter nascido na Hungria de certa forma ajudou. Teoricamente, isso poderia nem ter sido levado em conta, já que, todos os anos alguns cientistas estrangeiros são eleitos para membros da Academia, mas que sejam em algum sentido ex-húngaros ou tenham raízes húngaras não atrapalha. Não me envergonho de minhas ligações com a Hungria, mas esclareço aos meus amigos que não devem associar ao meus país de origem as qualidades que me atribuem.

Pergunta: Por quais motivos deixou a Hungria?

Halmos: Dou todo crédito a meu pai. Em 1924, aos quarenta anos de idade, ele decidiu emigrar. Era um médico brilhante. Naquela época o país estava em paz e em perfeita ordem, mas ele de certa forma

pressentia que o barco corria perigo. Conseguiu arranjar substituto, um outro colega médico que inclusive o ajudava na educação dos filhos.

De seus três filhos, eu sou o mais jovem. (Minha mãe havia falecido quando eu contava com apenas seis meses de idade; sequer cheguei a conhecê-la.) Ele chegou a este país contando apenas com os parquíssimos conhecimentos de inglês que havia aprendido anteriormente. Depois de haver trabalhado como médico interno em Omaha, durante um ano, conseguiu a cidadania americana e mandou buscar os filhos. Vir para América não foi decisão minha, mas sim de meu pai; o tempo mostrou ter sido uma decisão acertada.

Pergunta: Durante a infância você já pressentia que no futuro iria ter fortes interesses pela Matemática? Sabemos que os húngaros formam excelentes matemáticos.

Halmos: Sim e não. Não devo o que sou ao sistema húngaro embora o admire e ao mesmo tempo me surpreenda — coisa que acontece com muitos americanos — de que consiga produzir gente como Erdős, Pólya, Szegő, e tantos outros. Conheço o boato de que os estudantes mais brilhantes são procurados já no curso secundário, mediante exames especiais, e encorajados a prosseguir uma carreira matemática. Nada disto aconteceu comigo. Aos treze anos aprendi a mesma Matemática que os meus colegas americanos aprendiam. Cabe dizer que, hoje em dia, os rapazes aprendem muito menos. Lembro-me que trabalhávamos com sistemas de equações lineares a duas incógnitas, algumas de suas aplicações, e com princípios bastante elementares de Física. Era tão divertido desenhar bombas de água e outras coisas parecidas! Eu possuía um certo talento para esse tipo de coisas, mas não era nenhum gênio. Sentia um enorme prazer ao brincar com tudo isso. Nas aulas de Matemática, creio que fosse um aluno acima da média, mas aborrecia-me quando as aulas se prolongavam por muito tempo, e então começava a calcular o logaritmo de números bem grandes, somente para me distrair.

O sistema educacional americano daquela época consistia em oito anos de curso primário e quatro de curso secundário. Na Europa era exatamente o contrário. Quatro anos de primário e oito de secundário. A duração total, portanto, era a mesma. ao deixar a Hun

gría, eu cursava o terceiro ano secundário, o qual correspondia ao sétimo ano no sistema educacional daqui.

Pergunta: Assim, o garoto Halmos, aos treze anos, chegou aos Estados Unidos ingressando no curso secundário em Chicago. Você falava o húngaro, o alemão, e um pouco de latim, mas o idioma falado nas escolas era o inglês. Isso lhe trouxe muitos problemas?

Halmos: Durante os seis primeiros meses, realmente foi muito difícil. Lembro-me até de que no primeiro dia alguém me indicou uma sala de aulas onde um homem muito simpático falava sobre Física. Ou vi-o cuidadosamente durante a primeira hora, sem compreender uma única palavra sequer. Ao final, todos se levantaram e saíram para assistir outra aula. Eu realmente não sabia para onde me dirigir, e permaneci sentado no mesmo lugar. O professor, Mr. Payne, aproximou-se e perguntou-me algo. Encolhi os ombros, meio sem jeito, e procuramos por todos os meios algum tipo de comunicação em outra língua. Eu sabia um pouco de inglês, ele não sabia alemão. Ambos conhecíamos algumas poucas palavras em latim, e outras em francês. Finalmente ele me fez compreender que eu deveria ir à sala 252. Fui então à sala 252, e foi assim que transcorreu o meu primeiro dia em uma escola americana. Uns seis meses depois, eu conseguia falar um inglês bastante rápido, ainda que errado e sem gramática.

Pergunta: Houve no curso secundário algum fato que especialmente o tenha marcado?

Halmos: Bem, houve alguma confusão em torno de minha admissão. Já expliquei a questão dos oitos anos seguidos de quatro aqui e dos quatro mais oito na Europa, e isto permitiu a confusão. Eu dei a entender às autoridades escolares que tinha completado três anos de escola secundária e acreditaram. Houve, sem dúvida, um exame superficial de meu histórico escola, e na tradução de um funcionário consular húngaro dizia três anos de escola secundária. Isto quer dizer que saltei quatro séries. Um ano e meio mais tarde, aos quinze anos, terminei o curso secundário.

ESTUDANTE UNIVERSITÁRIO AOS QUINZE ANOS

Pergunta: Então você graduou-se muito jovem?

Halmos: Sim. Entrei na Universidade de Illinois com quinze anos.

Pergunta: Era um pouco cedo para freqüentar a Universidade. Você te ve muitas dificuldades?

Halmos: Não, não tive grandes problemas. Possuía uma estatura alta para a minha idade e era muito desembaraçado. Fingi ter mais idade e tudo transcorreu normalmente.

Pergunta: Quando é que você começou a se interessar por Matemática e por Filosofia?

Halmos: No início, interessei-me por Engenharia Química. Depois de um ano, mudei de idéia: pois vivia constantemente de mãos sujas! Foi então que a Matemática e a Filosofia começaram a surgir em meu horizonte.

Pergunta: Consegue lembrar-se do que precisamente o atraiu para a Matemática e a Filosofia? Pode separá-las?

Halmos: É bem difícil. Lembro-me de que o Cálculo não era fácil. Eu não passava de um estudante comum. Minhas notas eram apenas razoáveis. Não conseguia compreender o conceito de limite; duvido, porém, que tenha sido bem ensinado. Os professores da época provavelmente não ousavam abordar esse tópico. Eu era habilidoso para derivar e integrar funções de forma mecânica, o que eu gostava e o que muito me distraía. O que mais me interessava em Filosofia era a Lógica simbólica, sendo difícil dizer precisamente o que nela me atraía; creio que isso deva acontecer a muitos de nós. Havia o aspecto da abstração, da limpidez e da segurança das idéias. Quando, por exemplo, eu estudava História, sempre sentia algum tipo de suspeita. Por incrível que pareça, a Física e a Química despertavam em mim dúvidas ainda maiores; chegava inclusive a pensar que tudo o que estava aprendendo era dúbio. Em Matemática, e nesse tipo de Filosofia (Lógica), eu sabia que tudo estava certo.

COMPREENDI OS EPSILONS

Pergunta: Houve algum momento preciso em que resolveu ser matemático?

Halmos: Não houve nenhum momento dado em que resolvi seguir uma carreira acadêmica. De certa forma isto já estava determinado em meu íntimo, sem a interferência de outros. Minha intenção era a de frequentar diversos cursos para ver o que poderia acontecer. Estudei arduamente para o exame de mestrado em Filosofia sem ter sido aprovado; no entanto, isso em nada me abalou. Continuei a frequentar cursos e terminei o bacharelado em apenas três anos, ao invés de quatro.

Como estudante de pós-graduação em meu primeiro ano, frequentei o curso sobre as funções de variável complexa, ministrado por Pierce Ketchum. Eu não conseguia entender quase nada! Desconhecia o significado dos ϵ s, e quando ele pedia para considerar o disco unitário e alguém perguntava se se tratava do disco ou fechado, eu pensava que esse alguém estava discutindo insignificâncias. Que diferença poderia fazer? Eu não entendia mesmo!

Certa tarde, porém, algo inesperado aconteceu. Lembro-me de estar parado em frente ao quadro negro da sala 213, conversando com Warren Ambrose, quando subitamente comecei a compreender os ϵ s. Imediatamente assimilei o conceito de limite, e tudo o que tinha sido incucado em mim finalmente tornou-se claro. Sentei-me para estudar o texto de Cálculo de Granville, Smith e Longley. Tudo o que antes não fazia o menor sentido, agora me parecia óbvio, eu podia provar os teoremas. Nessa tarde tornei-me um matemático.

Pergunta: Houve então um momento decisivo! Você conseguiu lembrar-se até do número da sala.

Halmos: Acho que me lembro do número da sala.

Pergunta: Depois de obter o seu Ph.D., você foi para o Instituto de Estudos Avançados de Princeton, onde veio a tornar-se assistente de Johnny von Neumann. Como conseguiu tal proeza? Como se sentia sendo assistente de uma pessoa de tamanha importância?

Halmos: Permita-me retroceder um pouco no tempo. Obtive o meu Ph.D. em 1938, e mesmo antes de terminar os exames finais comecei a procurar emprego. Naquele tempo, não existiam cópias Xerox, e um estudante sem dinheiro não tinha condições de pagar uma secretária. Eu mesmo datilografei umas 120 cartas para oferecer os meus serviços, e, de todas as que enviei, recebi apenas duas respostas, ambas negativas. Infelizmente, não conseguí obter nenhum trabalho. A Universidade de Illinois, tendo-se apiedado de minha situação, empregou-me como instrutor, pelo prazo de um ano. Assim, durante o ano letivo de 1938-39, tinha onde trabalhar; ainda assim, tive de continuar procurando emprego. Entre fevereiro e março, consegui trabalho em uma universidade estadual, e aceitei mesmo sem ter sido entrevistado. Consegui resolver tudo por correspondência através de cartas de recomendação.

Dois meses mais tarde, o meu caríssimo amigo Warren Ambrose terminou os seus estudos de doutorado, e, havendo pleiteado uma bolsa de estudos no Instituto de Estudos Avançados de Princeton, obteve o segundo lugar na classificação geral. Com a desistência do primeiro colocado, ele finalmente obteve a bolsa, o que me deixou muitíssimo aborrecido. Então decidi também ir para lá.

Renunciei ao trabalho obtido na universidade estadual, o que deixou furioso o chefe do departamento, a quem jamais cheguei a conhecer. Em abril, saí da Universidade de Illinois, e decidi procurar meu pai. Pedi-lhe mil dólares emprestados, o que na época representava uma quantia razoavelmente grande, já que o salário anual de um jovem Ph.D. girava em torno de 1800 dólares.

Escrevi também para Veblen indagando se poderia ser aceito como membro do Instituto, mesmo não sendo bolsitas. A resposta demorou aproximadamente três meses e dizia: "Caro Halmos, acabo de encontrar a sua carta, e creio que você ainda aguarda uma resposta. Sim, claro, você será bem-vindo. Isto foi o suficiente: mudei-me então para Princeton.

É claro que Veblen não poderia me ceder nada mais do que um simples lugar na biblioteca. Seis meses mais tarde, no entanto, creio que por pura piedade, o Instituto concedeu-me uma bolsa de estudos.

Durante o primeiro ano assisti às palestras de John von Neumann, e já no segundo ano, tornei-me seu assistente. Era um freqüentador assíduo e tomava notas de aula cuidadosamente.

O sistema vigente no Instituto previa um assistente para cada professor cabendo a este último fixar as tarefas. Tudo o que Einstein exigia de seu assistente era que o acompanhasse à casa conversando em alemão. O assistente de Morse pesquisava com ele durante oito horas por dia, ouvindo-o falar, e falar. O assistente de Morse pesquisava com ele durante oito horas por dia, ouvindo-o falar, e falar. O assistente de von Neumann tinha poucos afazeres: somente comparecer às palestras e tomar notas; às vezes, essas notas eram datilografadas para depois serem copiadas.

O assistente de von Neumann, naquele ano, Hugh Dowker, era um excelente matemático, só que não estava interessado em matrizes e teoria de operadores, os assuntos de que von Neumann naquela época ensinava. De outro lado, eu me sentia fascinado por tudo aquilo. Tomava notas cuidadosas, e Dowker as entregava a von Neumann. Não havia má fé nessa atitude, pois Dowker contava a Johnny toda a verdade. Terminado o período de trabalho de Dowker, tornei-me finalmente assistente de Johnny.

Como era exatamente trabalhar com ele? Assustador. A qualidade mais extraordinária em von Neumann não era sua capacidade matemática, que era enorme, nem sua intuição e clareza, mas sim, a sua rapidez mental. Era extremamente rápido, exatamente como um computador moderno que não perde tempo gravando, por exemplo, o logaritmo de 11 em sua memória, mas sim calcula-o toda vez que se torne necessário. John não se dava ao trabalho de memorizar fatos: achava os resultados instantaneamente. Caso não soubesse responder a uma pergunta, pensava durante três segundos e emitia a resposta.

INSPIRAÇÕES

Pergunta: Você nos descreveu um dia de especial inspiração quando, ao conversar com Warren Ambrose, decidiu tornar-se matemático. Existem outras personalidades em sua vida que igualmente o tenham inspirado?

Halmos: Nunca pensei a respeito desta pergunta. Em conseqüência, minha resposta vai ser bem mais honesta. Os dois primeiros nomes que me ocorrem são os óbvios: o primeiro é o de meu orientador, Joe Doob, que é apenas seis anos mais velho que eu. Eu tinha apenas vinte e dois anos de idade quando terminei o meu Ph.D., e ele vinte e oito. Eu diria hoje que não passávamos de meninotes.

Doob havia chegado à Universidade de Illinois com vinte e cinco anos, época em que eu havia decidido escrever uma tese de doutorado com outro professor. Lembro-me de que, ao almoçar certo dia com ele, o ouvi discutir Matemática, e subitamente os olhos se me abriram. Senti que le me inspirava. Mostrou-me um tipo de Matemática, um modo de falar sobre Matemática, uma maneira de pensar sobre Matemática, que até então me eram inteiramente desconhecidos. Foi com grande receio que procurei meu orientador, e expliquei-lhe o meu desejo de trabalhar com Joe Doob. Depois, saí às carreiras.

O segundo foi inquestionavelmente John von Neumann. Quando o conheci, perguntou-me se não seria mais confortável falarmos o húngaro, a língua que ele dominava melhor. Respondi-lhe que não, e continuamos falando o inglês. Como já disse, sua rapidez, visão e inspiração me encheram de entusiasmo. Eles dois, — Doob e von Neumann — foram meus grandes inspiradores.

Pergunta: Em 1942 você escreveu a monografia intitulada "Espaços Vetoriais de Dimensão Finita." Foi ela o resultado de suas anotações ?

Halmos: Sim. Von Neumann planejou uma seqüência de cursos com a duração de quatro anos. Começou com a Álgebra Linear, tratando da teoria dos espaços vetoriais de dimensão finita, de um ponto de vista mais avançado. Assim como o livro de van der Waerden baseou-se nas palestras de Artin*, o meu baseou-se nas de von Neumann, e foi inteiramente inspirado por ele. Foi assim que comecei a escrever livros.

Pergunta: A maioria das pessoas, ao lerem esse livro, observam que se acha escrito de forma diferente da usual, no estilo Halmos, bastante original. Estudei por esse livro, e lembro-me de que me causava sobressaltos, porque os problemas propostos não eram do tipo habitual. Você evitava dizer "prove" ou "mostre" este ou aquele fa

* Emil Artin foi outro grande mestre da exposição matemática. Veja, ao final desta entrevista um breve comentário sobre seu estilo.

to, mas apresentava afirmações para que o estudante as demonstrasse, no caso de serem verdadeiras, ou exibisse um contra-exemplo, em caso contrário. Estou certo de que se tratava de uma atitude deliberada, em consonância com a filosofia de ensino que você apresentou no artigo "O coração da Matemática", recentemente publicado no American Mathematical Monthly. Nesse artigo, você afirma que é preferível resolver alguns problemas substanciais sobre poucos tópicos, a resolver centenas de exercícios mais triviais sobre muitos assuntos. A elaboração dos problemas referente aos "Espaços Vetoriais de Dimensão Finita" lhe exigiu muita reflexão?

Halms: Não. Não foi o resultado de muita reflexão, foi instintivo. Agora, trinta anos depois, resumi em artigos expositórios o que venho praticando desde aquela época. Você colocou muito bem: o modo correto de se aprender qualquer coisa é fazendo-a; aprende-se a nadar, nadando, e não assistindo a palestras sobre natação. Também defendo a tese de que o segredo de qualquer exposição matemática, seja ela uma palestra, um curso, um livro, ou uma publicação, não está ligado ao efeito de belas frases ou a parágrafos bem construídos, mas sim, à preocupação com a arquitetura do todo. É importante ter em mente o propósito essencial do curso a ser ministrado, ou da palestra a ser proferida. Existe sempre uma idéia central a ser transmitida; é preciso, pois, detectar essa idéia e conceber um método para se chegar até ela. Quando escrevi o livro que você mencionou, e que, como já disse, foi inspirado em von Neumann, concentrei-me na idéia de que a teoria das matrizes coincide com a teoria dos operadores em seu mais importante e translúcido caso. Cada passo e cada exercício foram concebidos no sentido de iluminar e ilustrar essa mesma idéia.

Pergunta: No artigo "O coração da Matemática" você chegou a discutir inclusive o ensino de Cálculo. O que pensa da aplicação de seu método no ensino do Cálculo e da Álgebra do segundo grau? Defendia o seu método mesmo nesses cursos?

Halms: Sim e não. Penso e repito que a única maneira de se aprender qualquer coisa é praticá-la. O único modo de se aprender a an

dar de bicicleta é pedalandando: é preciso desafiar o ciclista a vencer os obstáculos, e a conquistar metas. Testei o meu método não somente em curso de Cálculo, como também em cursos ainda mais elementares, tais como o Prê-Cálculo e a Trigonometria, sempre com muito sucesso e entusiasmo. Quando possível, eu o sigo. Sejam porém honestos; o método preconizado por Moore, e que é um modo de descrever o processo socrático de perguntas e desafios, não pode funcionar em uma classe de quarenta alunos, e muito menos numa sala com cento e quarenta. É um belo método para se ensinar duas pessoas sentadas no banco de um jardim, ou mesmo uma dezena de estudantes numa sala de aula. Porém, em geral, há problemas práticos que precisavam ser resolvidos; e que podem ser resolvidos. Moore, por exemplo, ensinava o Cálculo desta forma. Portanto, minha resposta à sua pergunta é 'sim' porque sou defensor de meu método, e ao mesmo tempo 'não' porque não podemos deixar de ser bastante cuidadosos. Em cada caso, precisamos ser bem prudentes, confrontando nossas idéias com a realidade, e adaptando-nos às circunstâncias econômicas.

MATEFÍSICA

Pergunta: Dizem que você tem sido um grande defensor da Matemática Moderna.

Halmos: De forma alguma! Sempre fui bastante conservador. Acho ótimo o método antigo de ensino da Matemática. Acho até que os alunos de segundo grau deveriam aprender a Geometria à la Euclides. O ensino ideal deveria ser esquematizado da seguinte maneira: primeiro passo seguido da justificativa; segundo passo e justificativa; e assim por diante. Fui treinado nesse método e o acho maravilhoso. Morris Kline e eu apenas nos conhecemos, e aparentemente discordamos em quase tudo! Como ele se opõe à Matemática Moderna e a muitas coisas que eu defendo, é bem possível que seus seguidores me considerem como apologista da Matemática Moderna simplesmente porque discordamos em quase tudo.

Pergunta: Você acaba de dizer que discorda de Kline em praticamente tudo. Por um lado, ele se opõe drasticamente à Matemática; e você não a defende. Isto nos leva a pensar que existe pelo menos alguma concordância entre os dois.

Halmos: Detesto ter de admiti-lo; ele está certo em ser contra, mas o está pelos motivos errados.

Pergunta: Parece-me que há um outro ponto de concordância entre vocês, o que sob certos aspectos me surpreende. Em seu artigo "A Matemática como arte criativa", publicado no "American Scientist" na década de sessenta, você afirmou que virtualmente toda Matemática teria suas raízes no mundo físico. Como você bem o sabe, Kline escreveu um livro sobre o tema intitulado "A Matemática e o mundo físico".

Halmos: Creio que aqui os nossos pontos de vista também divergem, pois acho que Kline não somente pensa, ou adoraria pensar que a Matemática possui raízes no mundo físico, mas acha que deve estar constantemente dirigida a ele, à busca de aplicações.

Pergunta: Então é ele a quem você chamaria de matefísico?

Halmos: E como! Mas é outra coisa, algo quase sem sentido, dizer que somos seres humanos com olhos que vêem coisas que pensamos estar fora de nós. Nossa Matemática, nossos termos intuitivos e informados, vêm de nossas impressões sensoriais; e neste sentido ao menos, um sentido trivial, a Matemática tem sua base no mundo físico. Mas tudo isto é superficial e pouco significativo.

O QUE É A MATEMÁTICA

Pergunta: Isto me sugere a próxima pergunta, para a qual nem posso pretender uma resposta completa em um tempo tão exíguo. Mesmo assim vou fazê-la. O que é a Matemática para você?

Halmos: É segurança, certeza, verdade, beleza, intuição, estrutura, arquitetura... Vejo a Matemática, isto é, a parte do conhecimento humano que chamo de Matemática como algo único, imenso e glorioso; tanto a Topologia Diferencial, como a Análise Funcional e a Álgebra Homológica fazem parte de um mesmo todo, e estão intimamente ligadas entre si. Mesmo que um topólogo diferencial nada saiba de Análise Funcional, ao ouvir algo sobre o assunto, não deixará de sentir familiaridade. Todos os temas possuem conexão, sendo facetas distintas de um mesmo prisma. Esta conexão é beleza e é verdade. É exatamente isto o que a Matemática significa para mim.

AUXÍLIO FEDERAL PARA A MATEMÁTICA

Pergunta: Em "Matemática como arte criativa" você se dirigia a leitores leigos quando dizia: "Não quero ensinar-lhes o que é Matemática, mas que ela é". Isto reflete uma preocupação sua naquela época, com a Matemática na mente do leigo. (Você disse: 'Um leigo é qualquer pessoa que não seja matemático.')

Sua preocupação é ainda essa — que um grande contingente de pessoas inteligentes e instruídas talvez não saiba que sua área de trabalho existe? Essa preocupação é mais forte ou mais fraca em relação a '68, quando escreveu o artigo?

Halmos: Eu diria que é a mesma. Deixe-me esclarecer primeiro que eu sou um elemento à margem entre os matemáticos. Não creio que seja vital ou importante explicar aos membros do Congresso e aos administradores da NSF o que é a Matemática, qual a sua importância e de quanto dinheiro necessita. Parece-me que já nos deram dinheiro de mais. Não creio que a Matemática precise de auxílio financeiro. Acho a frase quase ofensiva. A Matemática vai muito bem, obrigado, sem dinheiro, e penso com saudade nos bons e velhos tempos, há trezentos ou quatrocentos anos, quando só faziam Matemática aqueles que estavam dispostos a fazê-la e nas horas disponíveis.

Nas décadas de cinquenta e sessenta muitos se encaminharam para a Matemática pelas razões erradas, por exemplo, por que era glá

murosa, socialmente respeitada e bem paga. Os russos lançaram o Sputnik, o país ficou histérico, e então a NSF* veio apresentar políticas profissionais e nacionais. Tudo foi tentado, nada era demais. Tínhamos que subornar pessoas para freqüentarem aulas de Matemática, fazendo-a parecer uma atividade de prestígio. Foi o que fizemos. Uma das estragégias usadas foi particularmente desonesta — a atitude missionária que funcionava da seguinte maneira: eu proporia uma dada pesquisa e se ela fosse considerada digna de ser feita, eu receberia algum dinheiro. Isto era tão desonesto a ponto de me deixar doente. Tudo isto era falso! Éramos pagos para fazer pesquisa porque o País queria gastar dinheiro formando matemáticos para ajudar na luta contra os russos.

Nesse período, muitos jovens se formaram convictos de terem encontrado a galinha dos ovos de ouro e agora consideram uma bolsa da NSF como um direito seu. Em conseqüência, o governo tende a controlar cada vez mais a pesquisa matemática. Ainda não existe um controle rígido; talvez esteja só se esteja montando um espantalho para depois derrubá-lo. Mas o tempo e o esforço gastos em relatórios são um péssimo efeito, e tenho a certeza de que outros sintomas vêm vindo. Assim, eu digo que, levando tudo em conta, foi ruim. Se a NSF nunca tivesse existido, se o governo nunca tivesse financiado a Matemática americana, teríamos a metade do número de matemáticos que temos agora, e não vejo nada de errado nisto. Os departamentos de Matemática não teriam oitenta e cinco a cem pessoas em certos lugares e sim quinze ou vinte, o que seria suficiente. A Matemática passou muito bem por muitos milhares de anos sem financiamento especial.

Pergunta: Mas certamente vimos um grande crescimento na demanda da capacitação matemática, o que significa necessidade de pessoas capazes de ensinar Matemática. Certamente você precisa de alguém para transmitir Matemática.

Halmos: Isto é outro assunto. A demanda de professores de Matemática, que parece estar aumentando, também se deve à percepção de uma ameaça vinda de russos e chineses. Em outras palavras, queremos pessoas em ciência da Computação; queremos pessoas em Estatística; e queremos pessoas em várias aplicações, industriais ou outras, da

* NSF é abreviação de National Science Foundation, fundação norteamericana para o fomento da Ciência.

Matemática. Temos que ensinar-lhes Trigonometria e outros assuntos para que possam fazer essas coisas. Isso não é Matemática, é uma profissão. O único benefício que traz aos matemáticos é permitir-lhes comprar mais uma TV a cores ou mais fraldas para o bebê.

Pergunta: Voltemos às suas preocupações de mostrar ao leigo que a Matemática 'existe'.

Halmos: Meu interesse sempre foi puramente intelectual. Por exemplo, não tenho a mínima idéia do que venha a ser a Paleontologia. No entanto, se alguém dispusesse de uma hora por dia durante uma semana, ou mesmo um ano, para ensinar-me o que é a Paleontologia, eu sairia desta experiência sobremaneira engrandecido. Foi exatamente isso que desejei fazer com o meu colega paleontólogo: fazê-lo ver o que é a Matemática. Todas as pessoas deveriam, em sua formação, vir a saber o que a Matemática realmente é. Este conhecimento os enriqueceria muitíssimo, aceitariam a vida com maior prazer, melhor compreensão, e teriam uma visão mais profunda das coisas.

PORQUE ESCREVER SOBRE MATEMÁTICA

Pergunta: Portanto, você sem dúvida estaria prestando um serviço ao paleontólogo mostrando a ele a existência da Matemática. E como escritor? Como explica a sua motivação para esse tipo de atividade? Sem dúvida, escrever é um trabalho árduo, e ontem mesmo, ao reler à noite seu artigo "Como escrever Matemática", convenci-me de que você depende um enorme esforço nessa tarefa. Por que o faz? Agora você não está falando mais com o paleontólogo e sim com um matemático.

Halmos: Dá na mesma. Porque o faço? É uma questão com diversos ângulos e com muitas respostas. Realmente, como você bem o diz, escrever é um trabalho muito árduo, da mesma forma que tocar piano também o é para Rußinstein ou para Horowitz. No entanto, estou certo que ambos gostam muito do que fazem. Assim, apesar de trabalhosa,

escrever é uma tarefa gratificante. E porque o faço? Pelo mesmo motivo que explico Matemática ao paleontólogo: trata-se essencialmente da comunicação, e é isto o que importa, pois gosto de esclarecer conceitos. Sinto um enorme prazer esclarecendo idéias. Embora seja um trabalho difícil, gosto desse desafio, principalmente nas raras ocasiões em que obtenho êxito. Explicar como calcular a soma de uma série geométrica a um médico, ou a um paleontólogo, ensinar por exemplo, a um estudante de pós-graduação, que conhece teoria da medida, o porquê dos espaços L^2 serem espaços de Hilbert, para mim dá no mesmo, pois se trata de problemas de comunicação, organização, estrutura e arquitetura.

Pergunta: Então você, ao mesmo tempo em que se diverte, também se realiza, quando a pessoa consegue entender. É esta a atitude básica do mestre, que se alegra ao ver o brilho no olhar de um aluno que entendeu uma explicação.

Halmos: Muito bem! Você expressou-se com muita propriedade. Aceito a denominação, e sinto muito orgulho em ser mestre, e de ser remunerado como tal, o mesmo acontecendo muitos dos que escolheram a Matemática como profissão. Há ainda um outro aspecto. Como já disse anteriormente, a Matemática é uma arte criativa, o mesmo acontecendo com a sua exposição. Ensinar é algo efêmero, como tocar o violino. Executada a peça, tudo termina. O estudante assiste a aula e se vai. O livro, o papel, os símbolos sobre as folhas de papiro permanecem para sempre, e essa permanência caracteriza a criação de um todo.

Pergunta: Você também já escreveu sobre a arte de falar sobre Matemática. Baseado em suas afirmações, imagino que você prefira escrever a falar, embora pareça sentir bastante prazer quando fala sobre Matemática.

Halmos: Escrever e falar são atividades parecidas, porém escrever é um tanto mais preciso, onde o autor possui mais controle. Eu particularmente me considero um bom escritor, — nota A- ou B+ — e bom, porém menos, como orador — nota B ou B-. Aí está porque eu gosto mais de escrever. Mas as duas atividades são similares, pois ambas fazem parte da arte da comunicação.

Halmos: Durante esses cinqüenta e cinco minutos temia ouvir essa pergunta.

Pergunta: O que você quer dizer com aplicações más?

Halmos: Primeiramente, não são más; em segundo lugar, são. Escolhi um título polêmico, mas muitos matemáticos respeitáveis adotam a seguinte atitude: existe algo chamado "Matemática" — coloque o adjetivo "pura" se quiser. E ela é toda conexa, quer se trate de Topologia, Álgebra, Análise ou Combinatória. Trata-se da mesma ciência, todas elas são facetas do mesmo diamante que é muitíssimo belo, uma obra de arte. A linguagem é sempre a mesma, a atitude é sempre a mesma, e a sensação do pesquisador sentado diante de uma escrivanha pensando sobre um problema é sempre a mesma. Essa ciência está intimamente ligada a outras duas; uma delas é usualmente denominada de Matemática Aplicada, embora seus seguidores não queiram reconhecer que ela existe; negam sua essência e desconhecem a diferença entre Matemática Pura e Matemática Aplicada. Todavia, a diferença existe tanto na linguagem quanto na atitude. Estou propenso a fazer uma crítica aos matemáticos aplicados, mas, acredite-me, vou fazê-la da forma mais cândida possível. Eles são muito desleixados! É bem possível que nós matemáticos possamos parecer desleixados aos olhos dos lógicos, e com esses aconteça o mesmo quando comparados ao computador.

Existem basicamente três tipos de linguagem que podem ser classificados na seguinte hierarquia: a Lógica Formal (que hoje em dia se identifica com a ciência da computação), a Matemática, e a Matemática Aplicada. Seus objetivos diferem muito entre si. São formadas distintas de beleza, e não somente suas razões diferem, como também os seus métodos de comunicação e expressão. Sendo o fator de comunicação tão importante para mim, é o primeiro que salta aos meus olhos. Um lógico não consegue exprimir-se como o faz um topólogo e um algebrista não pode imitar a linguagem de um matemático aplicado. Alguns gênios como Abraham Robinson podem fazer ambas as coisas. No artigo que você mencionou, quis apenas dizer que existem pelo menos duas áreas, e que podem muito bem ser três ou mais. Assim, quis tão-somente ressaltar a diferença entre elas.

Em certo sentido, a Matemática Aplicada pode ser comparada à Topologia, à Álgebra ou à Análise, mas (dispare em minha cabeça grisalha, se quiser) há um aspecto no qual a Matemática Aplicada é simplesmente má Matemática. Como contribuição, pode ser boa, pois serve à humanidade resolvendo problemas práticos de canais, vôos de aviação, bombas atômicas e geladeiras. Frequentemente, porém, como Matemática, é desorganizada, não digerida e pobremente construída.

Pergunta: Os computadores são objetos relativamente novos e intimamente ligados ao que muitos chamam de Matemática Aplicada. O que pensa deles? São importantes para você?

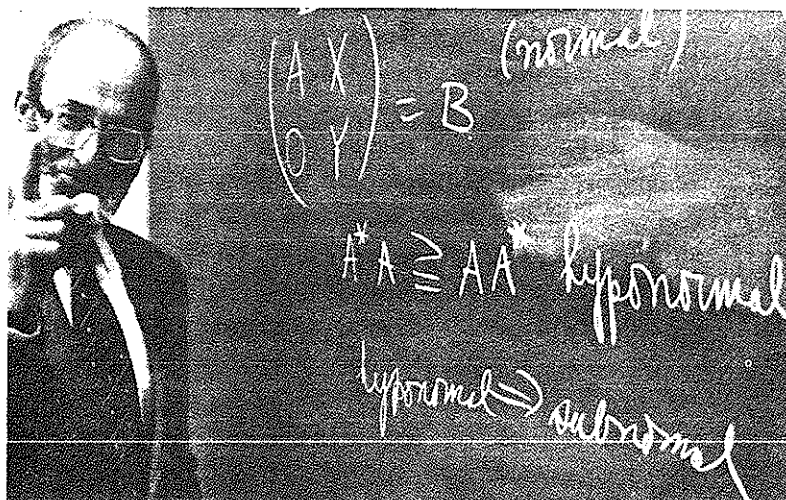
Halmos: Afinal de contas, quem sou eu? Sou um cidadão ou um matemático? Como matemático, não posso considerá-los importantes.

Pergunta: Passemos então a algo mais específico. O que acha do trabalho de Appel e Haken com o computador?

Halmos: Baseado no que li e ouvi, depois desse trabalho, estou menos inclinado a procurar um contra-exemplo à conjectura das quatro cores. Nesse sentido, o que aconteceu serviu para me convencer da validade do teorema das quatro cores. Entretanto, tenho a fé quase que religiosa de que algum dia, talvez em seis meses ou quiçá em sessenta anos, alguém apresente uma prova desse teorema que não ocupe mais do que sessenta páginas do Pacific Journal of Mathematics. Mais tarde, depois de uns seis meses ou sessenta anos, alguém achara uma prova de quatro páginas, baseada em conceitos que entrementes tenham sido desenvolvidos e compreendidos. O resultado pertencerá à grande e gloriosa estrutura da Matemática, supondo-se, é claro, que Appel e Haken e o computador não tenham cometido erros.

Admito que para alguns de meus amigos, na maioria dedicados à Topologia e à Teoria dos Números, e que gostam de brincar com espaços de dimensões pequenas, o computador seja um auxílio eficiente; esses mesmos amigos teriam usado outro tipo de auxílio há vinte e cinco anos atrás, talvez com menor eficiência. A Matemática entretanto não tem pressa: o que importa é a compreensão. Portanto a minha resposta à sua pergunta sobre a relevância do computador para

a Matemática é simplesmente negativa. O computador pode ser importante, mas não para a Matemática.



Pergunta: Acha que seus colegas pensam a mesma coisa sobre o computador?

Halmos: Creio que apenas uma minoria compartilha de minha opinião.

Pergunta: Ultimamente têm surgido matemáticos de natureza híbrida, tais como Don Knuth que obteve seu Ph.D. em Matemática Pura, mas que ao longo do caminho descobriu a arte da Computação.

Halmos: Não é justo argumentar citando nomes de grandes homens. Como poderia eu discordar? Don Knuth é um dos grandes, e a Computação é uma grande ciência. Que posso dizer? Sob muitos aspectos, essa ciência atinge a Matemática e usa idéias matemáticas. A proporção na qual a grande arquitetura da Matemática aproveita idéias, e não somente o mero auxílio dessa ciência, é entretanto extremamente pequena.

Não obstante, a conexão entre a ciência da Computação e a grande estrutura da Matemática não pode ser ignorada. Aconselho todos os alunos a aprenderem a Computação por duas razões: primeiro, porque a eficiência, mesmo não sendo importante para a Matemática, pode sê-lo para eles. Se não encontrasse trabalho como matemáticos,

terão outras alternativas. Em segundo lugar, aos olhos do leigo, as diferenças entre os tipos de Matemática parecem \ excessivamente rebuscadas. Os meus alunos, e todos nós, deveríamos mostrar a todos que cobrimos diversas áreas da Matemática.

Pergunta: Dizem que você é um dos maiores adeptos do mundo ao exercício de andar a pé.

Halmos: Certamente isso não é verdade. Adoro andar e esse é o único exercício físico que faço. Caminho seis quilômetros diariamente. Acabo de voltar de uma viagem de dez dias durante a qual eu andava onze, doze, e até quinze quilômetros diariamente, ficando com o corpo deveras cansado e suado. Gosto muito de caminhar, porque estando só, posso pensar e sonhar de olhos abertos enquanto meu corpo se movimenta de forma sadia. Quanto a ser o maior andarilho do mundo, isso não passa de um exagero.

Pergunta: Você pratica esse exercício há muitos anos?

Halmos: Sim, eu o pratico há vinte e cinco anos. Quando eu tinha quarenta anos, sentia-me atacado por todas as doenças que se possam imaginar. Fui ao médico pensando ser portador de um tumor cerebral, de problemas cardíacos e até mesmo de cancer. Ao me examinar, disse-me: "Halmos, não há nada de errado com sua saúde. Deve andar mais a pé. Comecei, então, com uma caminhada de cinco minutos. Na semana seguinte andei seis minutos, depois sete, oito, e assim por diante. Desta maneira, consegui atingir os sessenta minutos. Aí parei. Já nos fins de semana ando mais. Quando eu era jovem, bebia como uma esponja, fumava como uma chaminé e tinha todos os vícios que você possa imaginar. Então, comecei realmente a preocupar-me com minha saúde. Desculpe-me, qual é a sua idade?

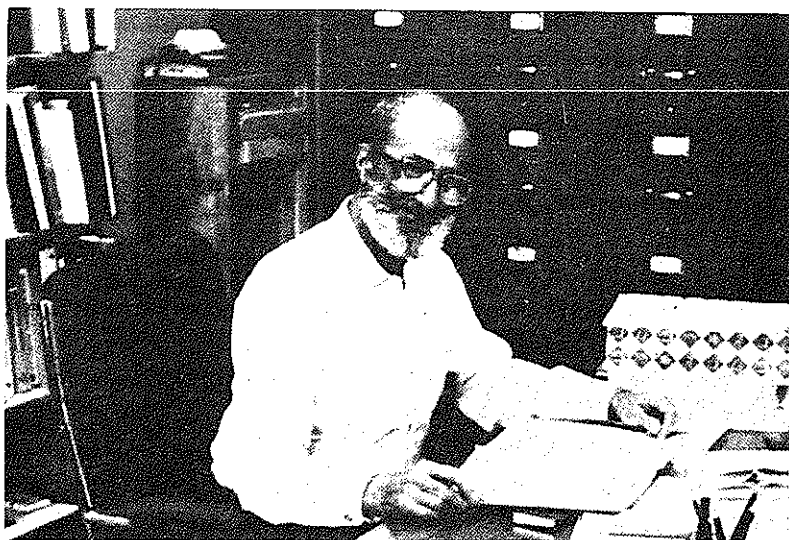
Resposta: Estou com quarenta anos.

Halmos: Então, comece a preocupar-se.

Pergunta: Ainda espero que você escreva logo um artigo ligado aos que já escreveu: você publicou "Como escrever sobre Matemática", e

"Como falar sobre Matemática". Serã que posso esperar um outro com o título "Como sonhar com a Matemática"?

Halmos: Já pensei nisso. O artigo ainda não está escrito, mas até já planejei um livro inteiro. Se viver o suficiente e tiver coragem para enfrentar o público, vou escrever um livro "Como ser um matemático". Já tenho até alguns rascunhos. Nele incluirei todos os aspectos da profissão, a exceção da pesquisa. Não pretendo ensinar a ninguém como fazê-la. O que posso transmitir é uma pequena descrição das fases que atravessamos em nossas tarefas como pesquisadores, como 'referees', como autores, como professores, enfim, como praticantes de uma profissão que é a mais gloriosa de todas.



Emil Artin também foi um expositor soberbo. Suas aulas, seus livros e mesmo seus artigos de pesquisa eram consistentemente claros e penetrantes. Ele sabia escolher os tópicos adequados e a abordagem correta para tornar simples e elegante a mais complicada das teorias matemáticas. Para Artin, ensinar era instintivo. Citamos a seguir as palavras finais de um de seus cursos

"Para terminar, permitam-me algumas palavras sobre o lado pedagógico do curso. Todos nos sabemos que mesmo o curso mais bem planejado pode ser arruinado por uma apresentação defeituosa. É minha experiência que nada se pode fazer para remediar isto. A primeira exposição de um estudante num seminário já revela para mim suas futuras qualidades pedagógicas. Frequentemente, tenho procurado melhorá-las conversando com o estudante e explicando-lhe seus enganos. Nisto tenho tido pouco ou absolutamente nenhum sucesso. Por outro lado, sabemos que alunos muito bons que são notoriamente maus expositores têm muitas vezes sido muito bem sucedidos. Sou portanto da opinião de que podemos tranquilamente deixar de lado qualquer preocupação com esse problema".