

ENTREVISTA

COMO LARS HÖRMANDER CONCEBE A ANÁLISE

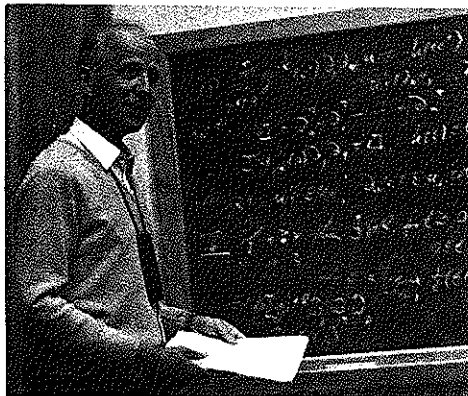
O Professor Lars Hörmander, Medalha Fields de 1962, visitou o Brasil pela primeira vez em julho último, como participante da VIII ELAM. Nesta oportunidade ele concedeu a Laura Martignoni a entrevista que reproduzimos a seguir.

Pergunta: Começemos com algumas perguntas sobre sua infância e educação. A Matemática o atraiu muito cedo? Houve outros matemáticos em sua família?

Resposta: Cresci numa cidadezinha na Suécia onde meu pai era professor. Nunca houve um matemático em minha família. Tenho dois irmãos; um é engenheiro e o outro ensina História e Literatura. No curso secundário tive um ótimo professor de Matemática que também dava aulas na Universidade de Lund. Se ele não tivesse me encorajado enfaticamente, talvez eu nem considerasse a hipótese de seguir a carreira de matemático.

Pergunta: Quais foram os matemáticos que mais o influenciaram na Universidade? Quando decidiu estudar equações diferenciais parciais?

Resposta: Marcel Riesz foi meu primeiro orientador. Sob sua orientação consegui pequenos resultados em um tipo de Análise muito clássico, de estilo húngaro, e assim obtive meu título de Licenciado. Percebi logo que esses tópicos não tinham futuro. Além



do mais, em 1952, Marcel Riesz foi para os Estados Unidos. Assim uma combinação de circunstâncias e inclinação pessoal me conduziram na direção das Equações Diferenciais Parciais, que estudei com Lars Gårding.

Pergunta: O que significa a expressão "estilo húngaro"? Ela tem uma conotação negativa?

Resposta: Talvez essa expressão não seja a mais adequada. Quando jovem, Riesz havia estudado séries trigonométricas e na época em que fui seu aluno ele dava palestras sobre esta matéria. Eu me interessei pelo esporte de achar as melhores constantes em diversas desigualdades que envolviam funções de uma variável. Digo "esporte" porque a existência de tais constantes era óbvia, ao passo que a otimização de tais constantes não era de óbvia importância.

Pergunta: Você se arrepende de ter gasto algum tempo nesse tipo de trabalho?

Resposta: Não, não me arrependo em absoluto. Eu me divertia e mais tarde aproveitei com frequência conhecimentos obtidos com Marcel Riesz. Além disso, sua atitude em Matemática inspirou-me profundamente, assim como seu entusiasmo e seu esforço para atingir a perfeição. Espero que o cuidado extremo com que ele realizava seu trabalho, tentando sempre encontrar a melhor apresentação, tanto do ponto de vista matemático como do lingüístico, tenha deixado alguma marca em minha atividade. Fui seu assistente e datilógrafo e assim tive o privilégio de observar seus hábitos de trabalho muito de perto.

Pergunta: Fico muito curiosa... Como era trabalhar com Marcel Riesz? Quais eram suas tarefas como assistente?

Resposta: Riesz era como uma coruja; gostava de trabalhar à noite. Seguindo seus desejos eu batia a rebatia frases, introduzindo correções, eliminando detalhes supérfluos, até que se convencesse de que havia encontrado a formulação mais adequada para suas idéias.

Mais de uma vez saí de sua casa às três horas da manhã, carregando a máquina de escrever em minha bicicleta.

Pergunta: Como foi o período de sua tese de doutorado?

Resposta: Bem, depois de mudar de área e passar a trabalhar em Equações Diferenciais Parciais, tive de aprender os fatos básicos antes de poder atacar um problema específico. Mas isto exigia me nos esforço naquela época do que exigiria de um estudante hoje. Interrompi meus estudos para prestar um ano de serviço militar. Mas durante esse ano tive poucas obrigações como soldado e muito tempo livre para me dedicar à Matemática. De volta a Lund comecei a trabalhar em minha tese e obtive meu Doutorado em 1955 (*).

Pergunta: Depois dessa etapa você passou diversos anos nos Estados Unidos e foi membro do Instituto de Estudos Avançados de Princeton entre 1960 e 1964. Alguma vez considerou a hipótese de se estabelecer nos Estados Unidos em caráter permanente?

Resposta: Seus dados não estão muito corretos. Fui para os Estados Unidos em 1956, permaneci lá um ano e voltei em janeiro de 1957 para aceitar uma posição em Estocolmo, que mantive até 1964, com licença de um ano no Instituto de Estudos Avançados em 1960/61 e visitas a Stanford durante um total de três trimestres espaçados entre os anos 1960/64. Em 1964 renunciei a meu trabalho em Estocolmo e à posição definitiva que tinha em Stanford para ir para o Instituto de Princeton como membro permanente. De fato, considerei ficar lá e até comprei uma casa. Mesmo assim, em 1968 voltei a Lund para assumir a posição que mantenho até hoje.

(*) A tese de Hörmander foi publicada sob o título "On the theory of general partial differential operators", in Acta Mathematica, 94 (1955) 161-248. Este trabalho foi de grande significação na teoria das Equações Diferenciais Parciais. Por isto e por outros resultados subsequentes, Hörmander recebeu a Medalha Fields em 1962, quando contava então 32 anos de idade.

Pergunta: Você compartilha a opinião de outros matemáticos de que Princeton oferece as melhores condições para a pesquisa em Matemática?

Resposta: Penso que o Instituto de Princeton é um lugar ideal, ao menos para quem, como eu, trabalha mais por conta própria. O ambiente geral, porém, varia de ano para ano, dependendo dos visitantes. O corpo docente permanente é muito pequeno, conquanto haja sempre aproximadamente 60 visitantes. Às vezes, o Instituto procura congregar diversas pessoas que trabalham em uma área específica. Em 1977/78, por exemplo, eu voltei para lá e participei da organização de um programa de Análise Microlocal que se tornou muito estimulante para mim.

Pergunta: Em Princeton você quase não tinha responsabilidade e tinha muito tempo para pesquisa, enquanto que em Lund tem diversas tarefas como professor. Mesmo assim você foi para Lund. Por que?

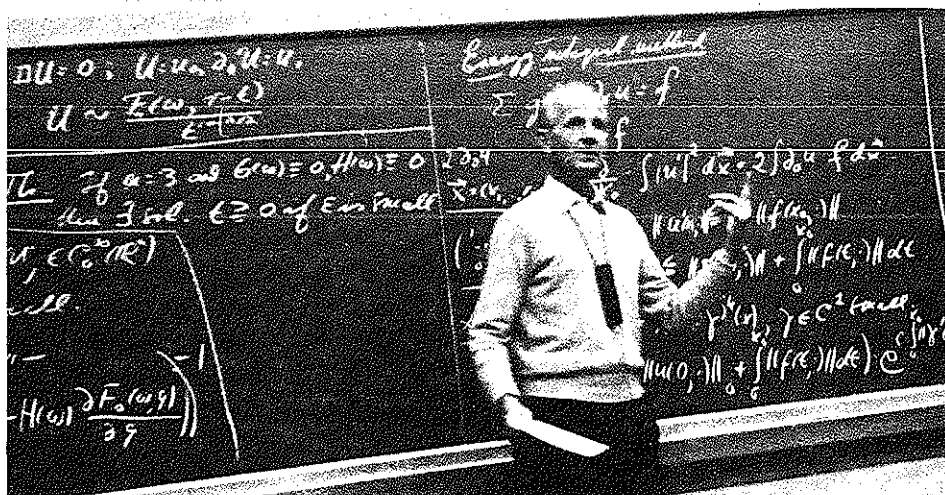
Resposta: Compreendo que isto possa parecer surpreendente, já que acabo de dizer que em Princeton as condições para pesquisa são ótimas. Mas a produtividade de um matemático não é constante. Após algum tempo optei por trabalhar numa universidade, onde as tarefas de um docente são tão diversificadas que ele pode ser útil mesmo nos períodos em que se afasta temporariamente da pesquisa. Ao tomar essa decisão achei natural voltar ao meu país de origem, a Suécia, onde meu trabalho representaria uma contribuição mais essencial que nos Estados Unidos. Naturalmente outros fatores pessoais também influenciaram esta mudança.

Pergunta: Mas Lund é uma Universidade pequena, não ?

Resposta: Sim, porém descobri que trabalhar numa universidade pequena traz certas vantagens. Como não há muitos "experts" nas diversas áreas, tive a possibilidade de aprender vários tópicos das aulas e organizando seminários sobre eles. Um fator importante foi ter estabelecido diversos contatos com colegas no exterior, antes de ir para Lund; e também outra vantagem é a facilidade que Lund me propicia de viajar.

Pergunta: Você gosta de ensinar Matemática?

Resposta: Certamente. Para mim é um prazer estruturar palestras sobre Matemática e com isso sempre aprendo muito, mas os resultados são podem ser julgados pelos estudantes. Parece-me que a prova de que eu gosto de ensinar Matemática está no fato de que investi muita energia escrevendo livros. Esta parte também não pode ser julgada por mim, e sim pelos outros.



Pergunta: Por que você insiste neste ponto? Por acaso sente que seus alunos e seus leitores possam não apreciar seu estilo?

Resposta: Existem vários gostos e tendências. De minha parte sempre procurei ser preciso e conciso em minhas exposições matemáticas. Alguns podem preferir um estilo menos compacto e seco, com maior ênfase na motivação intuitiva.

Pergunta: Você teve muitos alunos de doutorado? Todos eles na Suécia?

Resposta: Aproximadamente uma dezena. Alguns não estão na Suécia. Johannes Sjöstrand, que você conheceu nesta ELAM, reside há mais de dez anos na França; e agora está indeciso sobre ficar lá ou voltar.

tar para a Suécia. Orientei também dois alunos islandeses. Durante os últimos anos o número de estudantes de pós-graduação em Matemática (e ciências em geral) diminuiu bastante nas universidades suecas.

Pergunta: Há alguma razão específica para este fato?

Resposta: Bem, naturalmente há diversas causas. Durante os anos sessenta as universidades (não são as suecas) viveram um processo de grande expansão que, indubitavelmente, teve de cessar. Assim, enquanto havia facilidade para os matemáticos obterem empregos nos anos 60, hoje isto tem-se tornado muito árduo. Além do mais, a difícil situação econômica, não só na Suécia como no mundo todo, mudou as atitudes dos jovens, que estão menos dispostos a fazer escolhas seguindo as próprias inclinações. Calculam mais e preferem carreiras que lhes garantam bons empregos no futuro. Entre os que gostam de Matemática, muitos tendem a estudar Computação, que está na moda e promete boa remuneração.

Pergunta: Mudando de assunto e voltando ao seu primeiro trabalho em Estocolmo, soube que a cadeira que ocupou foi criada setenta anos antes para uma mulher chamada Sonia Kowalevski. Foi isso uma honra para você?

Resposta: Claro. Durante os anos em que lá estive havia um retrato dela na minha sala. Sonia Kowalevski causou um enorme impacto na Matemática sueca; tanto ela quanto Mittag-Leffler contribuíram para estabelecer um elo de contato entre a Matemática sueca e as principais correntes da Europa. Antes deles a Matemática sueca era bastante provinciana, com raras exceções.

Pergunta: Você considera Kowaleski uma matemática séria?

Resposta: Certamente. Suas contribuições à Análise e à Física Matemática são de grande importância. Também possuía outros talentos notáveis, como o de escrever muito bem. Talvez você tenha lido seu delicioso livro "Uma infância russa".

Pergunta: Todavia em Matemática ela cometeu erros.

Resposta: Sô sei de um, e nunca condenaria um matemático sério por ter errado apenas uma vez; trata-se de um risco de profissão. Grandes matemáticos escreveram artigos errados ou incompletos, o que não diminui seus mēritos.

Pergunta: Compreendo! Permita-me agora abordar outro assunto: seus livros. Sua linha principal de pesquisa tem sido a teoria de operadores diferenciais lineares, e seu livro "Introdução às Funções de Várias Variáveis Complexas" certamente foi motivado por seus interesses nessa teoria. Poderia falar um pouco sobre esse seu livro?

Resposta: Nos anos sessenta tornou-se necessário para os matemáticos que, como eu, trabalhavam na área de Equações Diferenciais Parciais, compreender em profundidade o comportamento das funções analíticas de várias variáveis complexas. Essa necessidade foi motivada pelo trabalho de Ehrenpreis e outros, sobre a representação de soluções de sistemas sobredeterminados de equações diferenciais com coeficientes constantes. Dei um curso em Estocolmo durante o ano acadêmico 1962/63 seguindo essencialmente as idéias de Oka, Cartan e Serre. Ministrando esse curso senti-me motivado a trabalhar seriamente sobre teoremas de existência do operador $\bar{\partial}$. Anos antes Spencer e Garabedian haviam sugerido o tratamento analítico hoje chamado problema de $\bar{\partial}$ -Neumann. Morrey e Kohn obtiveram as estimativas necessárias para resolvê-lo. A dificuldade maior nas técnicas envolvidas era a da regularidade na fronteira. Evitei essa dificuldade introduzindo um tratamento diferente no problema. Na primavera e no verão de 1964 dei um curso em Stanford utilizando minhas anotações de Estocolmo, modificadas pelo uso sistemático do novo tratamento analítico. Com pequenas alterações, as notas desse curso tornaram-se o livro publicado pela Editora van Nostrand.

Pergunta: Após completar recentemente outro livro - seu monumental tratado sobre Operadores Diferenciais Lineares - você passou a estudar problemas não lineares. Por quê?

Resposta: Espero que meu livro não seja um monumento sobre uma teoria morta. É verdade que muitas pessoas passaram das equações lineares às não lineares nos últimos anos. Uma das possíveis razões é que os problemas estudados intensamente na teoria linear foram resolvidos a tal ponto que os restantes são extremamente difíceis, ao passo que a teoria não linear apresenta problemas abertos, de mais fácil acesso. Contudo, há ainda áreas muito dinâmicas na teoria linear, tais como a equação de Schrödinger. Duas razões determinaram minha mudança: a primeira foi uma grande exaustão, depois de trabalhar durante seis anos escrevendo livros sobre Equações Diferenciais Parciais Lineares; a segunda foi um extenso programa de dois anos sobre Equações Diferenciais Parciais não Lineares que dirigi no Instituto Mittag-Leffler. Assistir a quatro palestras semanais na mesma área acabou por despertar em mim grande curiosidade. Ainda há alguns problemas que quero estudar, agora que deixei a diretoria e disponho de mais tempo. É possível que ainda volte à teoria linear — a fronteira não é tão rígida. Devo dizer também que não é a primeira vez que lido com problemas não lineares. Em 1975 trabalhei na resolução de um problema clássico de Molodensky, que consiste em determinar a forma da Terra a partir de seus dados gravitacionais. As técnicas que utilizei envolviam resultados do tipo Nash-Moser. O resultado sempre foi tido como verdadeiro, mas eu consegui dar uma demonstração rigorosa.

Pergunta: Certa vez um estudante perguntou a John Thompson quais seriam as condições para se tornar um bom especialista em teoria dos grupos. Ele teria respondido: "pense em grupos durante dezesseis horas por dia; e não se esqueça, esta é apenas uma condição necessária". Quais seriam seus conselhos a um estudante? Quais são seus hábitos de trabalho?

Resposta: Bem, devo dizer que sempre trabalhei duramente, aproximadamente dez horas por dia — incluindo o ensino — seis dias por semana. E quando escrevia meus livros, eu trabalhava sete dias por semana. Mas então, durante algumas semanas do ano, eu interrompia a Matemática por completo. Quando trabalho muito intensamente julgo necessário desligar-me da Matemática à noite, embora isso seja difícil.

Pergunta: O que você faz nesse caso?

Resposta: Leio ficção, por exemplo.

Pergunta: Você já leu algo da literatura brasileira? Conhece alguns autores brasileiros?

Resposta: Infelizmente existe o problema do idioma. Alguém me disse que um famoso livro de Guimarães Rosa foi traduzido para o dinamarquês; tentarei encontrá-lo após meu regresso à Suécia.

Pergunta: Voltando à pesquisa em Matemática, você considera algumas áreas mais relevantes que outras e, caso afirmativo, que critério adota?

Resposta: De fato, algumas áreas são mais relevantes, mas não tenho um único critério de relevância e devo confessar que tais avaliações sempre contêm um elemento de preconceito pessoal. Existem condições óbvias como, por exemplo, a proximidade de aplicações relevantes — estou ciente da circularidade. Existem também o tipo de trabalho que se torna relevante ao aprimoramento de técnicas para se obter outros resultados obviamente mais relevantes.

Pergunta: Como você prevê o futuro da Análise?

Resposta: Pelo que posso prever, a Análise tem um futuro grandioso. Desempenha um papel fundamental em várias ciências, que deverão fornecer-lhe novos e interessantes problemas, aumentando assim o interesse pelas coisas que fazemos.

Pergunta: Qual é sua visão sobre áreas de tipo mais estrutural e formal como a Análise Funcional e a Geometria de Espaços de Banach?

Resposta: Uma boa base de conhecimentos de Análise Funcional é indispensável para se trabalhar em Análise. Creio que isso nunca tenha sido contestado. Porém, duvido que grande parte do trabalho em Geometria de Espaços de Banach permita tais aplicações; como sem

pre, são os fatores básicos que se tornam os mais úteis. Entretanto, não tenho experiência suficiente para distinguir entre o que é fundamental e o que será relegado ao esquecimento. Até certo ponto tudo isso será julgado "a posteriori". Certas áreas tendem a diluir-se, e com o tempo cada vez menos pessoas se interessarão por elas.

Pergunta: Você acredita que os computadores mudarão radicalmente o futuro de áreas como Equações Diferenciais Parciais?

Resposta: Os computadores contribuirão grandemente para o desenvolvimento das Equações Diferenciais Parciais, especialmente na teoria não linear. Contudo, a necessidade do trabalho teórico não será eliminada; ao contrário, a força do cálculo computacional não apoiado em resultados teóricos não é de grande alcance. Acredito que haverá uma cooperação fértil entre o trabalho teórico e o computacional. Esta cooperação já se estabeleceu em áreas tais como a Teoria de Leis de Conservação Hiperbólicas.

Pergunta: Gostaria agora de perguntar-lhe algo sobre a Matemática escandinava: é surpreendente que esta se concentre quase que exclusivamente na Análise. Há alguma justificativa natural para isso?

Resposta: Discordo de você nesse ponto. Alguns países escandinavos produziram excelentes matemáticos que não eram analistas. Considere a Noruega por exemplo: Sylow não foi um analista e Abel também não foi exclusivamente analista. O mesmo pode-se dizer de Sophus Lie, Skolem e Brun. A Dinamarca teve matemáticos como Hjelmslev, Zeuthen e Nielsen, que foram antes de tudo geometras. É verdade que na Finlândia a Análise sempre dominou. O fato da Matemática sueca haver se concentrado até recentemente em Análise, deve-se essencialmente à influência de Gösta Mittag-Leffler. Como já mencionei, até então a atividade matemática na Suécia era bastante provinciana, com exceção de Bäcklund em Lund. A escola de Mittag-Leffler gerou matemáticos como Phragmén e Fredholm. Tanto Kowalevski como Riesz, convidados para trabalhar na Suécia por Mittag-Leffler, contribuíram fundamentalmente para consolidar a

tradição em Análise. Em Uppsala criou-se uma escola independente, de matemáticos como Holmgren, Wiman, Carleman e, mais tarde, Beurling e Carleson. Frostman, Gårding e eu fomos alunos de Marcel Riesz.

Pergunta: Ouvi dizer que o idioma usado hoje nos congressos escandinavos é o inglês. Isto é recente? Concordaria em afirmar que atualmente, nas ciências, o inglês tomou o lugar que já pertenceu ao latim?

Resposta: O idioma inglês é, sem sombra de dúvida, o latim de hoje e a Matemática escandinava, quase na sua totalidade, é escrita em inglês. Os idiomas locais ainda são usados para o ensino nas Universidades. Frequentemente temos dificuldades para encontrar a tradução mais adequada de um termo inglês. Já aconteceu o fato em que duas traduções diferentes do mesmo termo inglês, uma de Gårding, outra minha, apareceram na literatura matemática. No Instituto Mittag-Leffler as palestras são proferidas em inglês. Isto se deve ao grande número de visitantes estrangeiros.

Pergunta: Esses detalhes todos sobre a Matemática escandinava são de grande interesse para nós. A Matemática brasileira, como você sabe, tem uma história muito curta. Um grande esforço vem sendo feito para atingir um nível internacional, pelo menos em algumas áreas. Gostaria de colher suas impressões durante esta visita a ELAM.

Resposta: Bem, gostaria de dizer que fiquei muito impressionado pelo ambiente do IMPA; especialmente a biblioteca, que está muito bem equipada. Sei do alto nível aqui alcançado na área de Sistemas Dinâmicos. A VIII ELAM foi muito bem organizada e eu senti-me honrado pela gentileza e calorosa hospitalidade que me foi dispensada. Já conhecia o desenvolvimento brasileiro em Equações Diferenciais Lineares, mas fiquei surpreso pelo alto nível em Equações Diferenciais não Lineares; as palestras foram excelentes.

Pergunta: Permita-me agora uma pergunta indiscreta. Gostou do Rio de Janeiro? Sabia que nós a consideramos a cidade mais bela do mundo?

Resposta: Certamente é uma cidade belíssima. Infelizmente não houve tempo para conhecê-la melhor. Acho sua situação geográfica das mais afortunadas.

Pergunta: Gostaria de voltar ao Brasil?

Resposta: Muito. Espero que os contatos que já estabeleci com os matemáticos brasileiros se fortaleçam ainda mais com esta visita e desejo ter a oportunidade de voltar logo a este belo país.