RESENHA DE LIVROS

Introdução à Álgebra, por Adilson Gonçalves. Projeto Euclides, IMPA

Abramo Hefez

Universidade Federal do Espírito Santo

Antes de comentarmos o livro em questão, faremos algumas observações e sugestões para o ensino da Álgebra em nível de graduação, frutos da nossa experiência e de nossas convicções.

Por quase duas décadas o ensino da Álgebra nas universidades brasileiras seguiu, a grosso modo, o seguinte roteiro, dividido em três períodos semestrais:

Álgebra I - Teoria dos conjuntos.
Álgebra II - Teoria dos grupos.
Álgebra III - Anéis e corpos.

Se sobrassse tempo, o terceiro curso abordaria a teoria de Galois, visando dar como principal aplicação o critério para a resolubilidade por radicais de equações algébricas.

Dificilmente alguém discordará de que o objetivo de um curso de Álgebra para a graduação seja o de abordar estes tópicos.

Ocorria porém que ao se desenvolver tal programa, a maioria dos alunos reclamava do nível de abstração, mais elevado do que a sua intuição permitia acompanhar. Os mais queixosos eram os alunos de licenciatura, alegando, além disso, que a matéria não era útil para quem iria ensinar nas escolas.

As reclamações dos alunos, no nosso entender, procediam.

No esquema acima, evolui-se do abstrato para o concreto, dando a impressão de que a Matemática é feita deste modo e que as teorias aparecem sob forma acabada desde a sua criação. Isto é preju dicial, tanto para a formação do matemático, quanto para a do professor de Matemática pois, entre outras coisas, inibe a criatividade e embota o senso crítico.

A realidade matemática é outra, os problemas que motivam o desenvolvimento das teorias são bem concretos e geralmente de enunciado bem simples.

A beleza e a força da Matemática consistem na liberação, muitas vezes gradual e lenta, dos conceitos que servirão de base para a teoria que levará à solução de um problema proposto.

Portanto, para restabelecer a verdade dos fatos e a verdade histórica, é necessário inverter este procedimento.

Recomenda-se começar do concreto para sòmente apresentar abstratamente um conceito depois de suficientemente motivado, mostrando ao aluno, na medida do possível, de como esta abstração é potente e transcende o próprio problema que a motivou.

A nossa crítica não é portanto sôbre o conteúdo dos ensinamentos mas sôbre a forma de ser conduzido este ensinamento.

Para que o nosso discurso não fique vago, gostaríamos de propôr concretamente o seguinte roteiro alternativo:

Como primeira providência propomos reduzir ao máximo as noções de teoria dos conjuntos de modo a sòmente fixar a linguagem e as notações. As noções de relação de ordem e de equivalência só seriam apresentadas quando necessárias.

As primeiras estruturas algébricas que aparecem de modo natural são as de anel com os inteiros e de corpo com os racionais. Achamos importante o estudo da aritmética elementar, dando, sempre que possível, ênfase aos aspectos construtivos e algorítmicos da teoria. As congruências com a respectiva aritmética das classes residuais fornecerão muitos outros exemplos de anéis e corpos.

A construção dos números reais é opcional e pode ser feita usando as sequências de Cauchy. Esta é a construção que se usa no contexto da Álgebra para se completar anéis.

Recomendamos a construção dos números complexos, pois estes estão na base da teoria clássica das equações e é o exemplo mais importante de corpo algèbricamente fechado. A responsabilidade da demonstração do teorema fundamental da álgebra pode ser transferi da para o curso de Análise ou de Variáveis Complexas. É importante, neste âmbito, estudar as raízes da unidade.

Inicia-se neste ponto o estudo dos anéis de polinômios, ressaltando as analogias com os números inteiros, dando sempre ênfase aos algoritmos para cálculos explícitos.

A seguir apresentar a resolução das equações algébricas de graus menor do que cinco no estilo do século 16.

Aqui é que entra o ponto crucial da nossa proposta. Achamos altamente instrutivo e motivador trilhar o caminho histórico, apresentando o programa de Lagrange de unificação dos métodos de resolução das equações de 3º e 4º graus e a tentativa frustrada de estender o procedimento para as equações de grau superior a 4. Aparecem naturalmente neste contexto o grupo simétrico S_n, como grupo de permutações das raízes da equação geral de grau n e a noção de subgrupo associada às resolventes de Lagrange que são as tentativas de abaixar o grau da equação dada.

Esta teoria, por um lado, permitiu que Abel demonstrasse a não resolubilidade por radicais da equação geral do quinto grau e, por outro, serviu de modêlo para que Galois criasse a sua teoria.

Feito isto, o salto para a teoria de Galois é amenizado. Pode-se então mostrar como Galois associou a cada equação o seu "grupo de Galois"(como subgrupo de S_n) e como a noção de subgrupo normal aparece naturalmente neste contexto. Todos os ingredientes deveriam estar agora prontos para demonstrar o teorema fundamental da teoria de Galois. Com este trabalho, fica bem motivada a introdução da noção de grupo abstrato, podendo-se desenvolver a teoria dos grupos finitos. O desfecho seria então dado com algumas aplicações da teoria de Galois; por exemplo, o critério de resolubilidade por radicais, o problema da construção de figuras com régua e compasso; em particular, o teorema de Gauss sôbre a construtibilidade dos polígonos regulares e o caso irredutível da equação do 3º grau.

O caminho que propomos não é com certeza o mais ameno para o professor, mas os ganhos em compreensão e em cultura matemática por parte do aluno justificam o esforço.

Faremos a seguir algumas observações sôbre o livro, objeto desta resenha.

A linha do livro acompanha de perto toda uma geração de livros têxtos famosos de Álgebra e se encontra a meio caminho entre o programa criticado e o programa propôsto. O livro tem o mérito de sanar muitas das distorções na maneira usual de ensinar a Álgebra, fazendo caber, sem o risco da falta de tempo, a teoria de Galois no programa. A sequência dos tópicos é a grosso modo compatível com a nossa proposta, mas assinalamos duas diferenças fundamentais.

A primeira, é uma excessiva pressa em chegar ao teorema fundamental da teoria de Galois para afinal dar uma única aplicação, um exemplo de uma equação do 5º grau não resolúvel por radicais. Com isto, o autor perde no caminho muitas oportunidades de instruir o leitor. A parte de Aritmética, por exemplo, é deficiente; não é explorado o caráter algorítmico de certas demonstrações, o algoritmo de Euclides mereceria figurar no texto e não somente como exercício. É muito útil saber como calcular uma combinação linear de dois números que dá o seu máximo divisor comum e como resolver equações diofantinas lineares. Faltou explorar mais a noção de congruência no sentido de dar algumas aplicações. Em contrapartida, o capítulo de polinômios é bastante eficiente, valendo ainda a observação de que não é dada nennhuma ênfase aos algorítmos. Assinalamos a omissão do método para a determinação das raízes racionais de um polinômio a coeficientes racionais.

A segunda diferença é uma questão de filosofia. De fato, o autor, no momento de fazer a sua escolha, procede do abstrato para o concreto. Por exemplo, após estudar as extensões algébricas, interrompe a exposição para estudar a teoria abstrata dos grupos, finalizando com o estudo do grupo simétrico.

O livro é um dos poucos livros de Álgebra em língua portuguesa para o nível de graduação e tem prestado bons serviços à comunidade universitária. Esperamos que nas próximas edições algumas das lacunas que assinalamos sejam preenchidas.