

Workshops de Verão no IMPA

Janeiro 1990

Durante o mês de janeiro de 1990 tiveram lugar no IMPA os Workshops de Complexidade Computacional e de Aspectos Matemáticos de Visão Computacional e Processamento de Imagens, dentro do Programa de Workshops de Verão. Este programa teve início em 1989, com uma reunião sobre Modelos Lineares e para 1991 já está programada uma reunião sobre Modelagem Geométrica.

A área de Complexidade Computacional nasceu conjuntamente com os primeiros computadores, há uns 40 anos, e originariamente se ocupou em procurar métodos mais eficientes para a resolução de problemas numéricos, obtendo sucessos notáveis, como o Algoritmo de Strassen que permite multiplicar duas matrizes de $n \times n$ em $n^{\log_2 7}$ operações (a diferença com o método usual, que requer n^3 operações, parece pequena, mas torna-se crucial para valores grande de n). Estes sucessos se estenderam a vários problemas (mais recentemente, em 1978, à Programação Linear), mas observou-se que para muitos problemas significativos (como o do Caixeiro Viajante) não parece possível achar algoritmos razoavelmente eficientes. Isto levou, como tantas vezes anteriormente na história da Matemática (equações algébricas de grau maior do que 4, por exemplo) a procurar resultados limitativos: "se não se consegue resolver o problema, prove que ele é insolúvel". Assim, surgiu nos anos 70 a definição de uma classe de problemas maximalmente difíceis (os "NP-completos") para os quais prova-se que é impossível achar algoritmos eficientes (ou então, há algoritmos eficientes para todos os problemas em questão, conjectura rejeitada pela maioria dos especialistas; ver "P=NP" ou as sutilezas da Complexidade Computacional, Matemática Universitária nº 5).

No evento estiveram representadas as duas vertentes: a "construtiva" através, por exemplo, de Clovis Gonzaga (COPPE/UFRJ)

que apresentou um algoritmo mais eficiente que os anteriores para Programação Linear, e a "limitativa" com, por exemplo, Yoshiko Wakabayashi (IME/USP), que mostrou que certos problemas combinatórios são NP-completos.

A teoria, embora tenha atingido resultados notáveis, apresenta ainda um aspecto insatisfatório. Baseada no modelo teórico da máquina de Turing, essencialmente discreta, ela trabalha basicamente com variáveis inteiras (ou ainda mais, variáveis 0-1). O "tamanho" de um problema é o número de bits necessário para codificá-lo num computador, e as operações são bit a bit. Isto funciona muito bem em problemas combinatórios com poucos dados numéricos, mas resulta até certo ponto artificial em problemas com números reais. Parece razoável pretender, por exemplo, que o tamanho de uma matriz de $n \times n$ seja n^2 , independentemente dos valores numéricos dos coeficientes e não o número de bits necessários para "guardá-los" na memória do computador digital. Isto levou a considerar, para certos problemas com dados numéricos, estilo Álgebra Linear, modelos mais realistas que permitem medir o "tamanho" do problema pela quantidade de números reais que nele entram (e não pelos bits), o qual coloca problemas teóricos mais complicados do que poderia se esperar. Nimrod Meggido (IBM Almaden) apresentou na reunião o seu trabalho nesta direção para o problema de Programação Linear.

Estes avanços importantes, para problemas específicos, não resolvem totalmente, no entanto, a dificuldade, porque continua se tratando de problemas essencialmente finitos. O quê pode se dizer da complexidade de resolver numericamente uma equação diferencial, ou de achar as raízes de um polinômio? O que parece uma das mais importantes contribuições teóricas nos últimos tempos corresponde aos trabalhos dos dois últimos anos de Steve Smale (UC Berkeley), Lenore Blum (UC Berkeley) e Michael Shub (IBM T.J. Watson) (ver entrevista com S. Smale neste número), os três presentes à reunião, que desenvolveram uma alternativa à máquina de Turing. Trata-se de um computador (teórico, certamente), que admite como inputs números reais. A teoria é sólida, extendendo-se a ela muitas noções e teoremas da teoria discreta (NP-completude, por exemplo) mas apresentando também resultados novos e inesperados. Embora os computadores do mundo real continuem tão discretos como sempre, trabalhando com finitos

“bits”, este modelo fornece uma aproximação mais realista para boa parte da Análise Numérica, onde π , mesmo com 40 dígitos, é *uma* constante e não 133 bits.

O objetivo da Visão Computacional, parafraseando Tomaso Poggio (ver entrevista neste número) orienta-se em duas direções: compreender melhor, através da formalização, os mecanismos da visão no cérebro animal (particularmente no humano) e desenhar programas computacionais capazes de *ver*, ou seja extrair informações geométricas, topológicas e físicas de uma imagem.

Nos primórdios da computação foram identificados certos problemas que, pela sua natureza altamente formal, esperava-se que fossem especialmente adequados para mostrar a capacidade dos computadores, atingindo ou superando rapidamente aos humanos: traduzir textos, jogar xadrez, reconhecer imagens (por exemplo, letras manuscritas). Os progressos foram dolorosamente lentos, pondo em evidência que esses problemas envolviam capacidades mentais muito além dos mecanismos imediatos postos em jogo (não basta um bom dicionário, ou a capacidade de prever todas as alternativas das próximas dez jogadas numa partida de xadrez). O último dos exemplos dados anteriormente é um problema básico da Visão Computacional: como fazer com que um computador, defrontado com a versão digitalizada de uma imagem, reconheça, pelo menos, os contornos das formas? Surgem daí problemas matemáticos altamente não triviais.

Recentemente tem sido propostas técnicas variacionais que requerem ferramentas avançadas da Análise. Esse campo de trabalho foi representado no Workshop por David Mumford (Harvard), Davi Geiger (MIT) e Jorge Sanz (IBM Almaden).

O aproveitamento, de forma inteligente para visão computacional, das arquiteturas altamente paralelas dos computadores de última geração foi o tema, na palestra, de Azriel Rosenfeld (U. of Maryland). T. Poggio (MIT), se movimentando na difusa fronteira entre Visão Computacional e Inteligência Artificial, que aparece esboçada nos exemplos anteriores, apresentou seu trabalho sobre redes neuronais (aplicadas usualmente para reconhecimento de imagens) em questões de aprendizagem. Demetri Terzopoulos (U. of Toronto) mostrou outra faceta da Visão Computacional: a simbiose existente entre Visão Computacional e Modelagem Geométrica, e como esse fato pode ser explorado para se obter re-

sultados nas duas áreas.

A área de Processamento e Reconstrução de Imagens tem objetivos mais limitados teoricamente, embora de muita importância prática: a interpretação de imagens recebidas em forma digital, por exemplo de satélites, e a reconstrução de imagens a partir de informação parcial. Os esforços realizados no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, em São José dos Campos, para resolver a primeira questão foram descritos na palestra de Nelson Mascarenhas (INPE). A segunda questão, cuja aplicação mais significativa é a Tomografia Computadorizada, admite duas abordagens matemáticas: uma contínua, que leva rapidamente a problemas inversos da Análise Funcional (trata-se da inversão da Transformada de Radon e outras semelhantes, ver artigo de Alvaro De Pierro neste número), e outra discreta, que produz sistemas de equações lineares ou não lineares de aspecto clássico, mas de tamanho tão grande que requerem o desenvolvimento de técnicas especiais para resolvê-los. As participações na reunião de A. De Pierro (UNICAMP), Tommy Elfving (Linkoping U.) e Alfredo Iusem (IMPA) se orientaram nesta direção.

Finalmente, Gabor Herman (U. of Pennsylvania) trouxe à reunião mais uma área ligada tanto ao Processamento de Imagens quanto à Visão Computacional: a Topologia Digital. Quando no lugar do plano contínuo usual temos apenas um número alto (mas finito) de pontos ou quadrinhos (*pixels*) como dar sentido a noções como interior, bordo, curva fechada? Foi apresentada uma axiomatização dessa *topologia dos quadrinhos* que permite provar uma versão digital do célebre teorema de Jordan, que diz que uma curva fechada simples divide o plano em duas regiões conexas, das quais ela é a fronteira comum.

Embora a realização quase simultânea dos Workshops em duas áreas distintas teve motivos mais práticos do que conceituais, a presença de especialistas de ambas as áreas ao mesmo tempo permitiu detectar pontos de interfertilização entre elas. Particularmente, a possível relevância do modelo de *computador contínuo* de Smale para a Inteligência Artificial, e, através dela, para a Visão Computacional. Isto se relaciona com a tese de Church que diz, de forma bem simplificada, que todo processo mental no cérebro humano é isomorfo a um programa que poderia rodar numa máquina de Turing. Uma das objeções a esta

versão “forte” (e muito questionada) da tese de Church, refere-se à natureza discreta da máquina de Turing, contraposta ao funcionamento “contínuo” do cérebro. Pode-se levantar a hipótese, por enquanto bastante audaciosa, de que a aparição de modelos teóricos contínuos da computação leve a versões da tese de Church que superem estas objeções (mencionemos, de passagem, que essa versão “forte” da tese, denominada às vezes Inteligência Artificial “Forte”, é contestada também com argumentos de outro tipo, como no recente livro de Roger Penrose: *The emperor's new mind*).

Workshop de Geometria Algébrica Brasil-Estados Unidos Abril 1990

O Workshop de Geometria Algébrica Brasil-Estados Unidos foi realizado no IMPA de 16 a 20 de abril de 1990, como parte do projeto “blue ribbon” de intercâmbio científico entre o Brasil e os Estados Unidos, co-patrocinado pelo CNPq e NSF. A Comissão organizadora do encontro consistiu dos professores A. Garcia (IMPA-Brasil), S. Kleiman (M.I.T.-USA) e J.F. Voloch (IMPA-Brasil).

O objetivo do Workshop foi colocar em contato pesquisadores da área de Geometria Algébrica do Brasil e dos Estados Unidos para incrementar o intercâmbio científico nesta área.

Participaram do Workshop 12 matemáticos americanos e 17 matemáticos brasileiros, além de vários alunos brasileiros de doutorado.

O Workshop evidenciou a forte identificação das áreas de interesse dos participantes norteamericanos com aquelas dos participantes brasileiros: Geometria Enumerativa, Pontos de Weierstrass e Aritmética de Curvas Algébricas.

A diferença de outras áreas da Matemática, a Geometria Algébrica no Brasil não se desenvolveu inicialmente como uma escola ao redor de uma figura de liderança, senão que cresceu a partir do trabalho de vários pesquisadores espalhados no país. Os primeiros pesquisadores em Geometria Algébrica no Brasil foram Karl Otto Stöhr, Israel Vainsencher e Stuart Turner na década de setenta. Mais adiante, na década de oitenta, somaram-se a eles Abramo Hefez, Arnaldo Garcia e José Felipe Voloch e outros.

O Workshop reafirmou a abrangência dos trabalhos destes pesquisadores, e fortificou os contatos com a Geometria Algébrica americana, sendo que até então a ligação era mais intensa com a Geometria Algébrica européia.

Entre os convidados estrangeiros estavam Nicholas Katz (da Princeton University) e Steven L. Kleiman (do M.I.T.).

Durante o evento, foram proferidas 18 conferências. O encontro foi considerado excelente pelos participantes e serviu para iniciar vários contatos, visando a colaboração em pesquisa.