MATEMÁTICA UNIVERSITÁRIA
nº 29 – dezembro 2000 – pp. 183-184

Problemas[1]

Problema 1. (Proposto por Carlos Matheus Silva Santos) Seja $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ o disco unitário fechado de $\mathbb{R}^2$ e $F \subset D$ um subconjunto finito não vazio. Prove que existe $f : D \backslash F \to D \backslash F$ contínua tal que $f(x, y) \neq (x, y)$, $\forall (x, y) \in D \backslash F$.

Problema 2. Prove que existe n natural tal que os 1000 primeiros dígitos de cada um dos números 2^n, 3^n e n^{2000} são iguais a 1. (Sugestão: veja o apêndice do artigo "Propriedades estatísticas de frações contínuas e aproximações diofantinas: O Teorema de Khintchine", nesta RMU).

Problema 3. Seja n um inteiro positivo. Construímos a seqüência a_i, $1 \leq i \leq n - 1$ da seguinte forma: $a_1 = n - 1$ e, para $2 \leq i \leq n - 1$, a_i é o menor múltiplo de $n - i$ que é maior que a_{i-1}. Seja $f(n) = a_{n-1}$. Prove que $\lim_{n \to \infty} f(n)/n^2 = 1/\pi$.

[1] Seção coordenada por Carlos Gustavo T. A. Moreira e Nicolau C. Saldanha

Premiados brasileiros na II Olimpíada Iberoamericana de Matemática Universitária:

Nome	Prêmio	Cidade-Estado
Rui Lopes Viana Filho	Ouro	São Paulo - SP
Carlos Yuzo Shine	Prata	São Paulo - SP
Emanuel Carneiro	Prata	Fortaleza - CE
Frederico Vale Girão	Bronze	Fortaleza - CE
Murali Srinivasan Vajapejam	Bronze	Campina Grande - PB
Fernando Paz Cardoso	Bronze	São Paulo - SP
Krerley Irraciel	Bronze	Rio de Janeiro - RJ
Fabricio Shigeru Catae	Menção	São Paulo - SP
Andre Luis Ferreira	Menção	Rio de Janeiro - RJ
Pavlos Konstandinidi	Menção	São Paulo - SP