MATEMÁTICA UNIVERSITÁRIA
nº36 – junho 2004 – pp. 51–53

Resenha de Livros[1]

Fourier Analysis, T. W. Körner, Cambridge University Press, Reino Unido, 1989, xii+591pp, paperback, ISBN 0-521-38991-7.

Max. O. Souza

Um aluno de Ciências Exatas, digamos assim, pode encontrar séries de Fourier de várias maneiras: num curso de métodos para os alunos de Física e Engenharia; num curso de introdução às EDPs para alunos de Matemática; algumas vezes num primeiro curso de probabilidade.

Como o próprio autor coloca na introdução, o livro não é uma fonte de desafios para o aluno *bem-sucedido*, nem um salva-vidas para o aluno *mal-sucedido*[2]. De fato, **Fourier Analysis** pode ser visto como um guia para as várias idéias e técnicas associadas à Análise de Fourier ou, como é conhecida mais profissionalmente, Análise Harmônica. Porém, vale o aviso: o guia é para os iniciados. Em particular, o texto é uma excelente referência adicional, mas um novato no assunto poderá ter, dependendo da sua maturidade matemática, muitas dificuldades em seguir as passagens mais técnicas. O leitor que estiver procurando uma referência mais sistemática para aprender Análise de Fourier pode consultar os excelentes textos escritos por Helson [1] ou Katznelson [2]. Deve-se enfatizar, entretanto, que Thomas Körner é um exímio expositor[3] e que, mesmo quando o leitor não conseguir acompanhar todas as entrelinhas, certamente aproveitará o estilo com que o livro foi escrito. O conhecimento necessário varia em cada parte do livro.

O livro contém seis partes, cada uma delas com um número variado – dezoito em média – de pequenos ensaios interligados.

[1] Seção coordenada por Sérgio Volchan

[2] Os itálicos são do resenhista.

[3] Como poder ser comprovado no seu texto espositório [3].

Na primeira parte, sobre séries de Fourier, o autor trata de vários tópicos importantes, começando com o Teorema de Fejér. Esse teorema afirma que, se $f : \mathbb{T} \to \mathbb{C}$ é contínua, então sua Série de Fourier converge à Cesáro para f. Como brinde, aprendemos ainda que Fejér provou esse teorema aos 19 anos, poucos anos depois de que sua escola o havia considerado tão fraco em matemática, ao ponto de necessitar de aulas particulares. A partir desse resultado, Körner já começou a colher frutos: ele demontrou o teorema de Eqüidistribuição de Weyl que diz, essencialmente, que se η é irracional então as partes fracionárias de $n\eta$ para $n \in \mathbb{N}$ estão distribuídas mais ou menos de maneira uniforme. Continuando, Körner mostra o teoerma de aproximação de Wierstrass, ao qual se segue um estudo do problema de momentos de Hausdorff. Numa outra aplicação bastante interessante, ele mostra o trabalho de Kelvin sobre bússolas e marés. Logo após ela aborda o problema da convergência, incluindo aí o estudo da velocidade de convergência de uma série e convergência em pontos de descontinuidade da f. Como brinde, o leitor assiste ao uso de séries de Fourier para construir a celebrada função de Wierestrass que é contínua, mas não diferenciável em todo o ponto. Outros tópicos dessa parte incluem: movimento Browniano e métodos de Monte Carlo.

Na segunda parte, encontram-se vários ensaios mostrando desde aplicações de séries de Fourier a equações diferenciais. Em particular, são apresentados vários problemas de oscilações e alguns resultados sobre teoria de potencial e o problema de Dirichlet para o disco.

A parte três cobre tópicos sobre séries ortogonais de funções: um tópico extremamente importante na era digital em que vivemos. Os tópicos tratados incluem a teoria básica de problemas de Sturm-Liouville e polinômios ortogonais. Aplicações à análise numérica via quadraturas Gaussianas – um exemplo belíssimo do uso de polinômios ortogonais em problemas computacionas – e via os teoremas de Tchebychev para a construção da *melhor aproximação uniforme* de uma função contínua real, fecham esta parte.

A parte quatro lida com transformadas de Fourier. Aqui Körner não pode ir tão a fundo sem usar métodos mais sofisticados de análise harmônica. Ele então optou por fazer um tratamento mais clássico e simples.

A parte cinco descreve várias aplicações não facilmente encontráveis em textos usuais de Análise de Fourier como, por exemplo, o uso de séries de Fourier para analisar resultados estatísticos e eventuais fraudes sobre experimentos.

Finalmente, na parte seis, encontramos um pouco da história de Fourier – nosso fundador afinal! Além disso, quase todos os outros ensaios tratam dos rudimentos da análise de Fourier em grupos finitos e com aplicações a teoria de códigos e a teoria dos números. O leitor que se interessar por essa parte, pode prosseguir os estudos no livro de Terras [4].

Enfim, **Fourier Analysis** é um livro escrito por um entusiástico analista harmônico para entusiastas. Em particular, alunos com conhecimentos de análise incluindo convergência uniforme de seqüências de funções, um pouco de integração à Riemann e proficiência nas manipulações de cálculo podem acompanhar o livro integralmente. Aliás, este livro é um ótimo exemplo de como Cálculo e Análise são dois gumes de uma mesma faca e não soldados em trincheiras opostas.

Um aluno de Ciências Exatas, digamos assim, pode encontrar séries de Fourier de várias maneiras: num curso de métodos para os alunos de Física e Engenharia; num curso de introdução às EDPs para alunos de Matemática; algumas vezes até num primeiro curso de probabilidade. Isso evidencia a importância da análise de Fourier em diversas áreas aplicadas.[4]

Referências

1. H. Helson, Harmonic Analysis, Wadsworth & Brooks/Cole, 1991.

2. Y. Katznelson, An Introduction to Harmonic Analysis, Dover, 1976.

3. T. W. Körner, The Pleasures of Counting, Cambridge University Press, 1996.

4. A. Terras, Fourier Series on Finite Groups and Appliactions, Cambridge University Press, 1999.

[4]Nota: Um interessante texto que discute várias destas aplicações em seu contexto histórico, ver The evolution of applied harmonic analysis: models of the real world, Elena Prestini, Birkhäuser (2004).

Departamento de Matemática Aplicada
Universidade Federal Fluminense
e-mail: msouza@mat.uff.br