

**PROF. CARLOS EDGARD HARLE:
BOAS LEMBRANÇAS E SÁBIAS LIÇÕES**

JULIO MICHAEL STERN

1. INTRODUÇÃO

No dia 16/01/2020 faleceu o Prof. Carlos Edgard Harle, nosso colega do IME-USP, o Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. O “Harle” nasceu em 30/05/1937, filho de Carlos Harle (ou Härle) e Sophia Harle Vamos. Ingressou no curso de matemática da FFCL-USP, a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras, em 1956, formando-se em 1959. Em 1962, foi designado para regência de cátedra e disciplina na cadeira de Geometria Analítica do Departamento de Matemática da Escola Politécnica, *vide* EP-USP (1962) e Báude (2018, p.129). No mesmo ano, integra-se à Sociedade de Matemática de São Paulo, *vide* Trivizoli (2008, p.34,195).

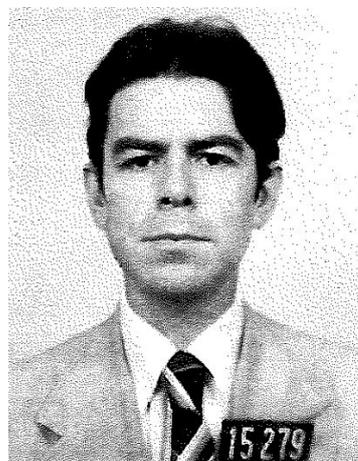
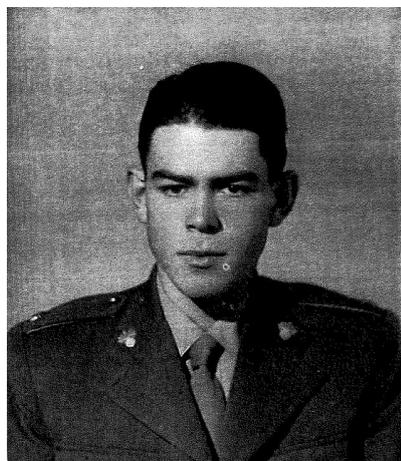
Em 1969, sob a orientação de Shoshichi Kobayashi, recebeu seu Ph.D. pela Universidade da Califórnia em Berkeley, *vide* Harle (1968, 1971). Com a Reforma Universitária, passa a integrar o corpo docente do IME-USP, criado em 15/01/1970, para reunir num só instituto os docentes de matemática, estatística e computação que se encontravam espalhados por vários departamentos da USP.

2. LIÇÕES DE VIDA

Conheci o Harle em 1980, quando ele ministrou um curso de Geometria Diferencial no Instituto de Física da USP. Assisti ao curso, ainda como aluno de graduação do IF-USP, e encantei-me com a matéria, que nos era explicada com a magnífica didática do Harle. Como material de apoio, utilizamos os livros de Sachs e Wu (1977), de Manfredo Perdigão do Carmo (1971, 1976), e o texto de Geometria Diferencial que o Harle (1973) escrevera para o 9º Colóquio Brasileiro de Matemática, em Poços de Caldas. Por sugestão do Prof. Henrique Fleming, pedi ao Harle que orientasse meu mestrado (de 1981 a 1983). No convívio com o Harle, aprendi, é óbvio, muita geometria, bem como algumas importantes lições de vida, que compartilho neste texto com quem quiser beber de uma boa fonte.

Data de aceitação: 22 de agosto de 2020.

Palavras chave. Carlos Edgard Harle.



2.1. Trabalhe em problemas compatíveis com sua capacidade de encontrar soluções!

Quando pedi ao Harle que me orientasse, eu queria trabalhar com problemas ligados à Geometria Lorentziana e Relatividade Geral. O Harle prontificou-se a orientar meus estudos na área, mas sugeriu também que estudássemos, em paralelo, um probleminha bem mais simples ligado à geometria do globo ocular, com aplicações a técnicas cirúrgicas de oftalmologia que, na época, começavam a ser empregadas no Brasil. Na minha arrogância juvenil, achei que não valia a pena, e concentrei-me apenas e tão somente na grande geometria do universo.

Ao final do mestrado, escrevi minha dissertação, *vide* Stern (1983). Neste caminho, utilizando como chave-mestra a geometria diferencial, consegui destrancar e abrir à minha compreensão vários mistérios das teorias de Gravitação e Relatividade Geral. Todavia, no meu mestrado, não publiquei nenhum artigo, um perigo que o Harle previra e para o qual me alertara. Ao ver alguns de meus colegas publicando um artigo do seu mestrado, confesso que senti uma saudável pitada de inveja.

Conversando com o Harle e outros professores do IME e do IF, finalmente entendi a importância da primeira lição acima enunciada que, posteriormente em minha carreira, procurei sempre levar em consideração. Sempre me interessei e estudei algumas das (a meu ver) grandes questões da ciência. Todavia, em paralelo, tratei de trabalhar em outros problemas, também interessantes, porém bem mais modestos, nos quais eu sentisse que poderia dar uma nova contribuição em um tempo relativamente curto.

Curiosamente, o próprio Harle não tinha nenhuma preocupação em demonstrar produtividade; pelo contrário, ele sentia-se muito desconfortável com este tipo de postura. Em Harle (1982) ele obteve um importante resultado sobre subvariedades isoparamétricas, que ele optou por publicar de forma despreziosa, em língua portuguesa. Mesmo assim, o artigo gerou dezenas de citações na literatura especializada, sendo posteriormente vertido para a língua Inglesa (com ajuda de nosso colega Claudio Gorodski). Foi desta forma que o Harle prosseguiu em sua jornada, pouco interessado no reconhecimento alheio, mas fazendo excelente matemática, em que abordava problemas interessantes guiado por seu senso estético refinado, lastreado por noções de elegância e simplicidade; *vide*, por exemplo, Harle (1977) e Harle e Oliva (2006).

Todavia, não obstante sua atitude (quase que excessivamente) modesta e circunspecta, o Harle via claramente que minha geração estava destinada a viver em um mundo que nos cobraria produção e que, para meu próprio bem, eu deveria preparar-me de acordo. Obviamente, ele estava certíssimo a este respeito, e esta lição me ajudou a sobreviver em um mundo acadêmico que, por vezes, é agressivamente competitivo e desnecessariamente hostil. Ademais, problemas de matemática aplicada foram para mim uma fonte contínua de oportunidades e de inspiração. Finalmente, partindo de problemas aplicados, tive, por vezes, a oportunidade de olhar, sob uma perspectiva original, temas mais gerais, mais abstratos, ou de maior profundidade.

2.2. Elegância em matemática é poder e simplicidade! e o corolário: Se está complicado, é porque você ainda não entendeu direito!

Certa ocasião, estudei o assunto de classes características e teoremas de De Rham, abordando o tema via geometria diferencial, *vide* Flanders (1963). Comentei com o Harle que eu tinha ficado com a impressão de que me faltava algo; eu tinha entendido muito bem cada passo das demonstrações, mas sentia que me escapava o entendimento do teorema em sua totalidade. O Harle recomendou-me a leitura dos capítulos iniciais do livro de topologia de Seifert e Threlfall (1934).

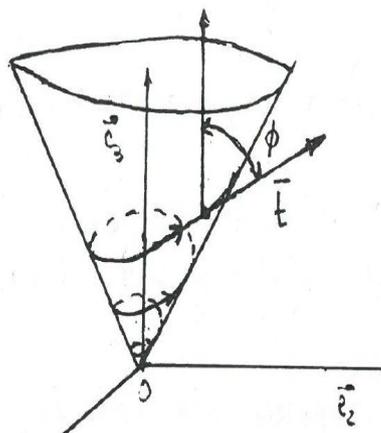
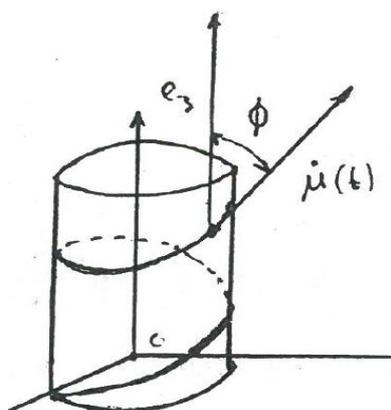
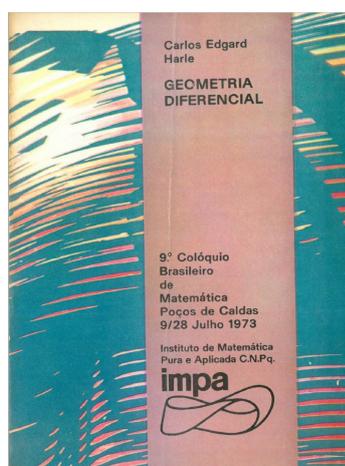
Alguns dias depois, voltei para conversar com o Harle, e confessei meu espanto: eu finalmente sentia ter entendido o assunto, mas a grande explicação que eu encontrara no livro do Seifert (via complexos simpliciais) era uma construção que podia ser feita utilizando matemática do colégio (pelo menos, conforme o programa de matemática que consta no manual da FUVEST de 1977, ano do meu vestibular).

O Harle me respondeu: “Você se espantou, pois achava que o caminho para entender melhor um assunto difícil passava por estudar algo ainda mais complicado, não é mesmo? Pois bem, agora você compreende o que, na minha opinião, é uma grande ideia em matemática. Certamente, há espaço para fazer boa matemática com grande virtuosismo técnico. Todavia, para mim, o melhor da matemática é como aquilo que você acabou de encontrar: Uma ideia que é muito simples e que, ao mesmo tempo, tem grande poder operativo e intuitivo!” Finalmente, com um sorriso, o Harle acrescentou o corolário da segunda lição.

2.3. Em engenharia, a construção de uma casa começa pelo trabalho nos fundamentos. Em matemática, os fundamentos são feitos no final, para suportar a casa que já temos!

Enquanto fazia meu mestrado, tive notícia de uma suposta prova topológica de inconsistência de ZFC (a teoria de conjuntos de Zermelo–Fraenkel acrescida pelo Axioma da Escolha), uma ferramenta padrão de fundamentos da matemática. Lá fui eu, muito preocupado, conversar a respeito com meu orientador. O Harle logo me tranquilizou, explicando que, verdadeira ou não, a notícia pouco impacto teria sobre nosso trabalho em geometria. Para o Harle, o papel da geometria seria o de tratar racional e sistematicamente uma classe de problemas que se nos apresentam no mundo em que vivemos; situação semelhante à de outras disciplinas científicas ou especialidades da matemática.

Na visão do Harle, o papel da área de fundamentos seria o de prover uma base comum que atendesse às necessidades de um programa avançado e abrangente de axiomatização



de todas estas disciplinas. Tal programa seria altamente meritório; todavia, eu deveria ter sempre em mente a terceira lição, como acima enunciada.

Muito mais tarde na vida, encontrei uma perspectiva (em minha visão) semelhante, na citação seguinte atribuída a Kurt Gödel, *vide* Mehlberg (1962, p.86), Lakatos(1978, p.27) e Stern (2011, p.645-647). Mais uma vez, esta lição, que aprendi com o Harle, sobre o papel que cabe em ciências exatas a seus fundamentos axiomáticos, veio a influenciar significativamente meu trabalho futuro.

[...] o papel das assim chamadas 'fundações' é comparável à função exercida, nas teorias físicas, por hipóteses explicativas. [...] A real função dos axiomas é a de explicar os fenômenos descritos pelos teoremas deste sistema, e não o de prover uma genuína 'fundação' para estes teoremas.
(Kurt Gödel)

3. DESPEDIDA

Todos os relatos que aqui trago eu os faço a partir de lembranças de conversas que tive com o Harle há quase quatro décadas. Assim, por favor, perdoem-me eventuais imprecisões ou falhas de memória. O mais importante é compartilhar, com gratidão, algumas

boas lembranças que tenho do Prof. Harle, e celebrar o muito que ele contribuiu para o IME e para a USP.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gabriel Soares Báude (2018). *A Institucionalização da Matemática Aplicada na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (1940 – 1970)*. Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História da Ciência da UFBA - Universidade Federal da Bahia, Campus de Salvador.
- Manfredo Perdigão do Carmo, (1971). *Elementos de Geometria Diferencial*. Rio de Janeiro: IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
- Manfredo Perdigão do Carmo, (1976). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- EP-USP (1962). Ofício D-1582/62 da Direção da Escola Politécnica.
- Harley Flanders (1963). *Differential Forms with Applications to the Physical Sciences*. NY: Academic Press.
- Carlos Edgard Harle (1968). *Rigidity of Hypersurfaces of Constant Scalar Curvature*. Ph.D. Thesis, University of California at Berkeley.
- Carlos Edgard Harle (1971). Rigidity of Hypersurfaces of Constant Scalar Curvature. *Journal of Differential Geometry*, 5, 85-111, 1971.
doi:10.4310/jdg/1214429780
- Carlos Edgard Harle (1973). *Geometria Diferencial*. Rio de Janeiro: IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada. Livro texto de mini-curso do 9º Colóquio Brasileiro de Matemática, Poços de Caldas, São Paulo.
- Carlos Edgard Harle (1977). Uma Nota sobre a Geometria de Distribuições. *Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática*, 8, 1, 65-72.
doi.org/10.1007/BF02584751
- Carlos Edgard Harle (1982). Isoparametric Families of Submanifolds. *Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática*, 13, 2, 35-48.
doi:10.1007/bf02584674
- Carlos Edgard Harle, Waldir Muniz Oliva (2006). Caracterizações da Elipse e do Elipsoide no Contexto da Geometria Afim. *Matemática Universitária*, 40, 21-36.
https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n40_Artigo02.pdf
- Imre Lakatos (1978). *Philosophical Papers*. V.2.—Mathematics, Science and Epistemology; Cambridge University Press.
- Hentyk Mehlberg. (1962). The Present Situation in the Philosophy of Mathematics. p. 69-103 in B. M. Kazemier, D. Vuysje (eds.): *Logic and Language: Studies Dedicated to Professor Rudolf Carnap on the Occasion of his Seventieth Birthday*. Dordrecht: Reidel.
- Rainer K. Sachs, Hung-Hsi Wu (1977). *General Relativity for Mathematicians*. NY: Springer.
- Herbert Seifert e William Threlfall (1934, 1980). *Lehrbuch der Topologie*. Leipzig: Teubner. Traduzido como - *A Textbook in Topology*. NY: Academic Press.
- Julio Michael Stern (1983). *Aspectos Geométricos da Relatividade Geral*. Tese de Mestrado do Departamento de Física Matemática do Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- Julio Michael Stern (2011). Constructive Verification, Empirical Induction, and Falibulist Deduction: A Threefold Contrast. *Information*, 2, 635-650.
doi:10.3390/info2040635

- Lucieli Maria Trivizoli (2008). *Sociedade de Matemática de São Paulo: Um Estudo Histórico-Institucional*. Tese de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP – Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA DO INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. RUA DO MATÃO 1010, 05508-090, SÃO PAULO, BRASIL. URL: [HTTPS://WWW.IME.USP.BR/~JSTERN](https://www.ime.usp.br/~jstern)

Email address: `jstern@ime.usp.br`