ARTIGOS

CIÊNCIA PURA E CIÊNCIA APLICADA (*)

Manfredo Perdigão do Carmo

Há vários anos, li um artigo de um físico teórico, Eugene Wigner, intitulado "A não-razoável eficácia da Matemática nas Ciências Naturais", que se inicia com a seguinte história. Dois ex-colegas de Ginásio se encontram, já homens maduros, e se põem a conversar sobre as suas respectivas profissões. Um deles, que era um Estatístico e se dedicava a crescimento de populações, começou a explicar ao outro um trabalho que havia escrito. O outro estava um pouco incrédulo de como aquelas conclusões poderiam ter sido obtidas e ficava perguntando: "Como é que você pode saber isto?" Finalmente, ele olhou, ainda duvidoso para o trabalho à sua frente e perguntou: "e este símbolo aqui, o que é?" "Ah, disse o Estatístico, isto é π, não lembra? π é a relação entre a circunferência e o diâmetro de um círculo." "Bem, disse o outro, acho que você está brincando comigo; certamente, a população não tem nada a ver com círculos."

Pensando bem, é realmente extraordinário que uma coisa tenha a ver com a outra. Todo o mundo sabe que as noções básicas de Matemática que aprendemos no Ginásio (triângulos, círculos, equações, etc.) nasceram da necessidade de resolver problemas apresentados pela Natureza. O que é aqui inesperado e maravilhoso é que os conceitos introduzidos transcendem às necessidades iniciais e aparecem em outras aplicações inteiramente dissociadas das motivações de origem.

Este caráter de surpreendente aplicabilidade da Matemática tem sido uma constante do seu desenvolvimento. Uma das razões pare-

(*) Este artigo é um resumo da Aula Inaugural no Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco, apresentada em 3 de março de 1986.

ce ser que o desenvolvimento da Matemática não se processa de maneira isolada mas recebe influências freqüentes das próprias mudanças que ela ajudou a realizar.

O que existe é uma interação de progressos teóricos e aplicados formando uma imensa rede de influências mútuas onde se torna difícil decidir o que é mais importante: se o desejo puro de entender, ou a necessidade prática de aplicar.

Creio que o fenômeno de interação entre progresso teórico e aplicado não é particular à Matemática mas existe um maior ou menor grau no desenvolvimento de qualquer Ciência. Restrinjo-me aqui à Matemática, pois é o único terreno em que poderei defender o meu ponto de vista com alguma segurança.

Neste sentido, gostaria de fazer um parêntesis nesta exposição para afirmar que uma discussão, em termos de decisão social, sobre a prioridade de Ciência Aplicada sobre Ciência Básica (ou vice-versa) é inteiramente sem sentido. As interligações entre estas duas atividades formam uma rede tão delicada que é quase impossível a uma sociedade ser forte em uma sem sê-lo em outra. É claro que, em termos de decisão individual, a situação é inteiramente distinta, e a única exigência cabível neste caso é a de qualidade.

Permitam-me apresentar um exemplo recente e acontecido no Brasil, onde um resultado em Matemática Pura dependeu de um desenvolvimento tencológico provocado pela própria Matemática. Este é apenas um entre muitos outros e provavelmente outras áreas da Ciência poderão também apresentar exemplos semelhantes.

Existe um objeto matemático, chamado *superfície mínima*, cuja imagem física pode ser obtida tomando um contorno fechado feito de arame e mergulhando-o em uma solução de sabão (Fig. 1). Retirando

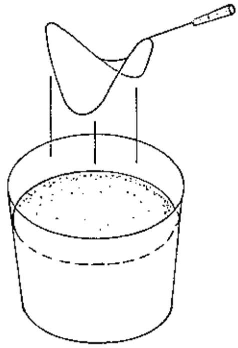

Fig. 1

o contorno da solução, aparece uma superfície que tem a seguinte propriedade: qualquer pedaço pequeno desta superfície tem área menor ou igual do que qualquer outra superfície com a mesma fronteira (daí o nome de superfície mínima).

Até alguns anos atrás, só se conheciam três exemplos de superfícies mínimas* que fossem completas e mergulhadas: o plano, o catenóide (Fig. 2) e o helicóide (Fig. 3). *Completa* quer dizer que a superfície não tem fronteiras nem buracos e *mergulhada* quer dizer que a superfície não se auto-intersecta (a curva em forma de um 8

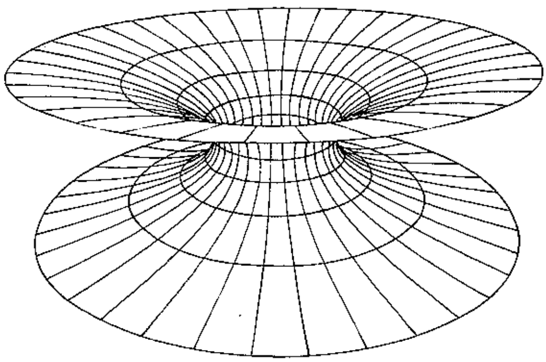

Fig. 2

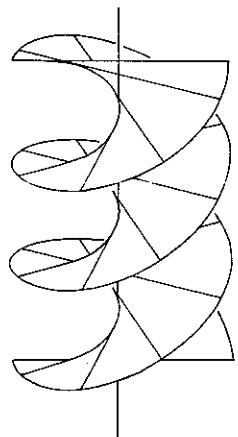

Fig. 3

se auto-intersecta e não é portanto mergulhada). O catenóide e o helicóide foram descobertos em 1776 e desde então não apareceu outro exemplo com as características mencionadas. Alguns matemáticos tentaram demonstrar que, de fato, isto era um teorema, isto é, uma superfície mínima completa e mergulhada deveria ser o plano, o catenóide ou o helicóide.

Historicamente, as superfícies mínimas apareceram em um trabalho de Lagrange em 1760 como solução do problema de determinar a

* Aqui e no que se segue deve ser incluida a condição de que a superfície seja topologicamente equivalente a uma superfície compacta menos um número finito de pontos. Isto corresponde à afirmação que a curvatura total i.e., a integral da curvatura gaussiana, é finita.

superfície de menor área para um contorno dado. Em torno de 1850, o físico belga J. Plateau mostrou a relação destas superfícies com questões de tensão superficial, estudou-as intensamente, e propôs aos seus colegas matemáticos algumas questões que levaram mais de um século para serem resolvidas. As superfícies mínimas são até hoje objeto de uma quantidade considerável de pesquisas matemáticas.

Em 1982 um aluno de Doutorado no IMPA, Celso José da Costa, obteve as equações de uma superfície que parecia ser mais um exemplo de uma superfície mínima completa e mergulhada. A superfície era mínima, completa e, fora de uma certa bola, era mergulhada. Ele tentou mostrar, sem sucesso, que este "núcleo" era também mergulhado. De qualquer maneira, o seu trabalho já era bastante interessante para justificar a obtenção do grau de Doutor pelo IMPA.

Durante a defesa da tese, vários membros da Banca mencionaram a necessidade de traduzir as equações obtidas em uma figura por meio de computador, o que permitiria verificar experimentalmente se a superfície era ou não mergulhada. Neste tempo, os recursos que dispunhamos para isto no Brasil eram muito limitados. Entretanto, um membro da Banca, o Professor americano W. Meeks, levou a idéia para os Estados Unidos e, junto com David Hoffman, colocou as equações da superfície no computador da Universidade de Amherst. O que eles viram (Fig. 4) é que a superfície do Celso é de fato mergulhada. Os recursos do computador permitiram ainda colocar a superfície em várias posições e verificar que ela possuia muitas simetrias. Com as sugestões dadas pelo computador, era fácil "provar", com as equações da superfície, que as simetrias de fato existiam. A partir destas simetrias, foi possível a Meeks e Hoffman provarem matematicamente que a superfície do Celso é mergulhada. Sem o auxílio do computador, o problema poderia estar ainda em aberto.

A superfície do Celso tornou-se rapidamente famosa e fez a capa do Science News (vol. 27 nº 11 de (1985), 161-176). A revista Science incluiu-a entre as 25 descobertas científicas do ano de 1985.

Um fato interessante é que, para descobrir o seu exemplo, Celso usou fortemente propriedades das funções elípticas, um tipo de função introduzida no Século XIX e cuja motivação foi um problema de matemática pura, o qual, aparentemente, não tinha nada a ver com as superfícies mínimas. Isto ilustra o fenômeno de interação que mencionei antes e mostra que a surpreendente aplicabilidade dos conceitos matemáticos ocorre não só da Matemática para as Ciências Naturais mas dentro da própria Matemática.

Outros exemplos poderiam ser descritos aqui, ilustrando, até de maneira mais nítida, a imensa rede de interrelações entre a razão prática e a razão pura. Resisto a tentação de apresentá-los, pois eles podem se tornar rapidamente muito técnicos.

Gostaria de concluir com uma observação. Eugene Wigner termina o artigo que mencionei no início desta palestra dizendo que "o milagre da adequação da linguagem matemática à formulação das leis da natureza é uma dádiva maravilhosa que não compreendemos ou sequer merecemos". Que me seja permitido acrescentar que a melhor maneira de agradecer esta dádiva é utilizá-la no limite de nossa capacidade, deixando a mente aberta tanto aos desafios da natureza quanto à criação de conceitos abstratos.

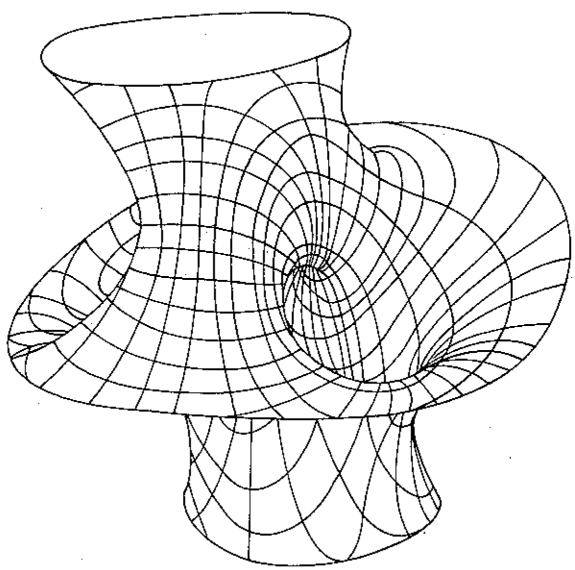

Fig. 4