

## Ensino<sup>1</sup>

### Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS

Artur Lopes

Nosso objetivo neste texto é apresentar sugestões para melhorar o índice de aprovação em nossos cursos de Cálculo, índice que, devemos reconhecer, é realmente muito baixo. Para resolver este problema é necessário analisar a questão em seus mínimos detalhes para detectar exatamente onde ocorrem as suas causas.

Gostaríamos com o presente texto de iniciar a discussão deste importante assunto num âmbito mais amplo da comunidade matemática. Esclareçemos, antes de mais nada, que baseadas em diferentes experiências de distintos professores do país, outras ações para atacar o problema podem ser possíveis e que o assunto, não sendo ciência exata, permite várias interpretações, equacionamentos e soluções.

O presente texto descreve tão somente as **opiniões pessoais do autor a respeito do assunto**; estas foram decorrentes, principalmente, da experiência e da coleta de dados obtidos ao lecionar no Departamento de Matemática Pura e Aplicada (DMPA) da UFRGS a disciplina de Cálculo II no segundo semestre de 1997.

Deixamos ao leitor, baseado em sua experiência pessoal, a conclusão (afirmativa ou negativa) se o que é aqui descrito expressa o que ocorre em geral nas outras universidades brasileiras.

Apresentamos no texto várias considerações sobre o problema assim como algumas estatísticas e Tabelas (na Seção 2) cobrindo também algumas outras universidades do país para apoiar e fundamentar nossa

---

<sup>1</sup>Seção coordenada por Walcy Santos

análise. Estes dados permitem também uma discussão objetiva e documentada da questão da efetividade do processo seletivo de vestibular atualmente em uso na UFRGS no que concerne a área de Matemática. O leitor que o desejar pode se dirigir diretamente a esta seção.

Vamos nos reportar no texto **tão somente a nossa experiência de ensinar esta disciplina na UFRGS**; acreditamos no entanto que os problemas que enfrentamos na nossa universidade não são muito diferentes daqueles das outras universidades do país.

Antes de começar a discussão propriamente dita sobre os índices de reprovação em Cálculo na UFRGS, precisamos informar ao leitor o seguinte fato, que será uma peça fundamental no entendimento do problema: a prova de Matemática do Vestibular da UFRGS até 1998 (ver nota ao fim do texto) consta de 35 questões de múltipla escolha e em cada questão existem 5 possíveis respostas. Sendo assim, um estudante, mesmo sem saber absolutamente nada desta disciplina, ao acaso deve acertar na média ao menos 7 questões. O estudante é eliminado se faz menos de 9 acertos.

As provas de Cálculo, por sua vez, não são de múltipla escolha (são dissertativas). O estudante deve ser capaz de resolver problemas e apresentar por escrito a solução, e assim não pode acertar questões por acaso. Fazendo, na prova de Matemática do Vestibular (múltipla escolha), uma normalização em que 7 acertos corresponde a nota zero, o estudante é eliminado se tiver nota abaixo de 0,7 sobre um total de 10,0. Ou seja, muitos estudantes entram em nossa universidade com nota abaixo de 1,0 sobre 10,0 em matemática (considerando uma prova dissertativa). Dados obtidos pelo professor Fernando Lang da Silveira, do Departamento de Física, sobre o Vestibular de 1997 da UFRGS indicam que, se fosse exigida a nota 6,0 (sobre 10,0) na prova de Matemática do Vestibular da UFRGS, seriam aprovados apenas 22% dos alunos que entraram em 1997. É procedente informar ao leitor que alguns estudantes matriculados nos cursos de Cálculo não sabem somar frações!! Sendo assim, como a nota mínima para ser aprovado em Cálculo na UFRGS é 6,0, podemos afirmar que os professores de Cálculo de nossa universidade estão fazendo um trabalho muito bom, dado o conhecimento matemático médio do estudante que estamos recebendo nesta universidade, pois a porcentagem dos estudantes que foram aprovados em Cálculo II na UFRGS no segundo semestre de 1998 foi de 69 por cento (quociente do número de

notas A,B,C dividido pelo número de notas A,B,C,D).

Na UFRGS o conceito D corresponde à reprovação e o FF à reprovação por falta de frequência; A, B, C são, naturalmente, conceitos de aprovação.

## 1. Introdução

O Cálculo Diferencial e Integral permite, nas mais variadas áreas do conhecimento, como Engenharia, Química, Física, Biologia, Economia, Computação, Ciências Sociais, Ciências da Terra, etc, a análise sistemática de modelos que permitem prever, calcular, otimizar, medir, analisar o desempenho e performance de experiências, estimar, proceder análises estatísticas e ainda desenvolver padrões de eficiência que beneficiam o desenvolvimento social, econômico e humanístico dos diversos países do mundo. Para o estudante aprender estes diversos métodos que são abordados no curso de Cálculo é necessário primeiramente que o mesmo tenha alguns conhecimentos básicos de Matemática.

A tendência das diferentes áreas da ciência é se "matematizarem" cada vez mais, na medida em que se encontram e descobrem leis, regras, tendências ou princípios que podem ser quantificados para expressarem de maneira determinística ou estatística os diversos fenômenos que se deseja analisar.

Por exemplo: as leis de Kirchoff, na teoria dos circuitos elétricos e a lei de Newton, na Física, são dois casos clássicos e importantes de aplicações dos conceitos aprendidos nos cursos de Cálculo. Para entender com profundidade a lei de Newton e utilizá-la de maneira eficiente, é recomendável que o estudante saiba o que é uma derivada (na verdade a derivada segunda), tópico este que é ensinado no curso de Cálculo.

O conhecimento matemático é em camadas que se superpõem. Você começa a aprender Matemática no primeiro ano de escola. Se você não sabe dividir, não vai saber o que é uma taxa, se você não sabe o que é uma taxa não vai saber o que é uma derivada e assim por diante.

Esta é talvez uma principais razões porque existem tantas reprovações em Cálculo em nossas universidades. Em muitos casos, os estudantes universitários não sabem os conceitos matemáticos anteriores que são necessários para fazer os cursos de Cálculo. Dados do "American Mathematical Monthly", Vol. 98 (1991), página 627, afirmam que "a ca-

da ano, nos EUA, cerca de 600.000 estudantes se matriculam num curso de Cálculo Diferencial e Integral em uma instituição de ensino superior americana. Cerca de metade destes estudantes se matriculam em cursos de Cálculo estilo Engenharia: destes 300.000, apenas 140.000 ao fim do ano letivo obtém conceito igual ou superior a C". Para comparar os dados acima com os dados do Brasil é bom lembrar que a percentagem dos estudantes que fazem algum tipo de introdução ao Cálculo no segundo grau é bem maior nos EUA do que no Brasil.

Referimos o leitor ao Notices of the do American Mathematical Society para vários artigos de diferentes pessoas (muitos deles contraditórios) se referindo ao assunto das reprovações em Cálculo e da reforma do ensino de Cálculo nos EUA.

Como é amplamente conhecido, no mundo inteiro, os cursos de Matemática, no primeiro e segundo grau e também no nível superior, são aqueles que mais reprovam alunos. Deste modo, podemos concluir (a menos que todos os professores de matemática no mundo inteiro não saibam ensinar matemática) que ensinar esta matéria é mais difícil que ensinar as outras disciplinas. A Matemática (e também a Física) requer a utilização de um certo tipo de raciocínio elaborado (que pode ser desenvolvido e estimulado em qualquer estudante através de bons métodos de ensino) e que permite o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas de maneira criativa.

É importante destacar que em todos os países, educadores e matemáticos buscam encontrar métodos que visam facilitar o entendimento do Cálculo por parte dos estudantes. Muito tem se conseguido, mas é importante dizer que nenhuma fórmula mágica foi encontrada até hoje. A introdução do computador em sala de aula poderá trazer um melhor grau de aproveitamento por parte dos estudantes, mas o leitor deve também ficar consciente de que existem certas limitações para o grau de melhoria que tal recurso poderá trazer.

Acreditamos que o problema que enfrentamos aqui no nosso Instituto não é muito diferente daquele que enfrentam os professores de matemática dos outros institutos e departamentos do mundo inteiro (ver Tabelas 4 e 5).

O Departamento de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS está consciente do problema e, neste momento, um grupo de professores deste departamento está fazendo um esforço muito grande, no sentido de re-

solver o problema dos altos índices de reprovação nos cursos de Cálculo I e II. Entre outras medidas, estes professores estão tentando otimizar o rendimento do ensino em sala de aula, aperfeiçoando o material didático e instrucional e se planeja introduzir software matemático como apoio didático ao curso. O número de reprovações em Cálculo na UFRGS nos últimos anos diminuiu com este profícuo trabalho.

Ao fim do texto apresentaremos algumas sugestões concretas de ações que poderiam ser tomadas para auxiliar na solução do problema; outras ações diferentes poderão também conduzir aos mesmos fins.

A parte que toca ao DMPA para resolver o problema, no meu entendimento está sendo atacada, mas este necessitará também, como veremos a seguir, de apoio da administração de nossa universidade para obter uma solução definitiva para a questão.

Não desejamos dar no texto a idéia de que não cabe nenhuma culpa ao nosso departamento pelo alto índice de reprovação; nosso objetivo é apenas o de dar ao leitor a correta perspectiva das dimensões do problema.

## 2. Estatísticas sobre as aprovações e reprovações nos cursos de Cálculo

Vamos apresentar a seguir algumas estatísticas que nos permitirão fazer uma análise do índice de reprovação na disciplina de Cálculo II da UFRGS no segundo semestre de 1997, bem como dos fatores que causaram tal reprovação. Estes dados, subseqüentemente, darão também uma sólida justificação para apoiar as sugestões que serão apresentadas ao fim do texto. Apresentaremos também algumas outras estatísticas de 1995, 1996 e 1997 na UFMG e de 1996 na USP. As turmas de Cálculo II na UFRGS no segundo semestre de 1997 (cobertas na estatística abaixo apresentada), num total de 10, tiveram em média 52,5 estudantes matriculados em cada turma e cumpre destacar que em média cerca de 15 por cento dos estudantes nem sequer apareceram desde o primeiro dia de aula ou abandonaram o curso na primeira semana. Sendo assim, na prática, as turmas de Cálculo contaram com cerca de 44 alunos cada.

Entendemos que, quando se faz uma estatística das taxas de reprovações nos cursos de Cálculo, deve-se fazer o quociente do número de

alunos que obtiveram D sobre o número dos que tiveram conceito A,B,C ou D, pois, afinal de contas, o professor não é responsável pelo fato de um aluno nem mesmo se interessar em comparecer a uma única aula. O índice de aprovação, medido como o quociente do número de notas A, B ou C (total 300 alunos) pelo número total de alunos que fizeram as três provas do curso (total 433 alunos) foi de 69 por cento. Por outro lado, o índice de aprovação, medido como o quociente do número de notas A, B ou C (total 300 alunos) pelo número total de alunos matriculados (A,B,C,D e FF) no curso (total 525 alunos) foi de 57 por cento.

Os dados percentuais nas Tabelas 1, 2 e 3 abaixo correspondem a uma análise sobre todos alunos matriculados (A,B,C,D e FF) e não apenas sobre os que obtiveram A,B,C ou D. Optamos por colocar os dados desta maneira pois precisamos fazer uma análise dos estudantes com conceito FF.

A Tabela 1 mostra o desempenho de estudantes na prova de Matemática do Vestibular versus o seu desempenho no curso de Cálculo II. Os valores na horizontal correspondem ao número de acertos na prova de Matemática do Vestibular: de 9 a 10, de 11 a 15, etc..., e os valores na vertical correspondem ao conceito obtido em Cálculo II: A, B, C, D ou FF.

Os dados da Tabela 1 correspondem apenas aos estudantes que entraram a partir do ano de 1995, pois não tínhamos a informação da nota do Vestibular antes desta data.

#### Número de acertos na prova de Matemática do Vestibular.

	9-10	%	11-15	%	16-20	%	21-25	%	26-30	%	31-35	%
A	0	0	6	7.1	10	6.9	23	18.9	16	30.2	9	60.0
B	1	12.5	14	16.5	31	21.4	24	19.7	17	32.1	4	26.7
C	1	12.5	21	24.7	43	29.7	30	24.6	13	24.5	2	13.3
D	3	37.5	33	38.8	40	27.6	25	20.5	6	11.3	0	0
FF	3	37.5	11	12.9	21	14.5	20	16.4	1	1.9	0	0

	9-10	%	11-15	%	16-20	%	21-25	%	26-30	%	31-35	%
Ap	2	25	41	48.2	84	57.9	77	63.1	46	86.8	15	100
Rp	6	75	44	51.8	61	42.1	45	36.9	7	13.2	0	0
Tt	8	100	85	100	145	100	122	100	53	100	15	100

	9-10	%	11-15	%	16-20	%	21-25	%	26-30	%	31-35	%
Tt	8	2	85	20	145	34	122	29	53	12	15	4

Total de alunos: 428.

**Tabela 1.** Estudantes de Cálculo II da UFRGS no segundo semestre de 1997 e que ingressaram na UFRGS em 1995 ou depois; acertos na prova de Matemática no Vestibular versus conceito em Cálculo II.

Os dados dos cursos de Cálculo da UFRGS, apresentados acima, compreendem estudantes dos vários cursos que fazem juntos esta disciplina: Engenharias, Física, Matemática, Química, Estatística etc. Observe que os cruzamentos que obtiveram os percentuais extremos (máximos e mínimos) foram:

a) alunos com nota entre 31 e 35 acertos no Vestibular tem probabilidade nula de rodar e 60 por cento de chance de tirar A. Note que esta percentagem de tirar A é maior do que a de qualquer outro grupo. A Tabela indica, por exemplo, que 9 dos 15 alunos que fizeram entre 31 e 35 acertos na prova do Vestibular em Matemática obtiveram conceito A.

b) alunos com nota entre 9 e 10 acertos no Vestibular tem 75 por cento de chance de rodar e probabilidade nula de tirar A.

	Extra-vestibular	%	Anterior a 95	%
<b>A</b>	0	0	1	1.56
<b>B</b>	0	0	2	3.13
<b>C</b>	4	26.67	8	12.5
<b>D</b>	6	40	24	37.5
<b>FF</b>	5	33.33	29	45.31
<b>Ap</b>	4	26.67	11	17.19
<b>Rp</b>	11	73.33	53	82.81
<b>Tt</b>	15	100	64	100

**Tabela 2.** Estudantes de Cálculo I da UFRGS no 2º semestre de 1997.

c) alunos com nota entre 11 e 15 acertos no Vestibular tem 51 por cento de chance de rodar e 7 por cento de chance de tirar A. Note que a percentagem dos que obtém conceito D e FF é maior no grupo de 9 a 20 acertos do que nos outros grupos.

d) Ressaltamos que o conceito FF (reprovação por falta de frequência ou até por não comparecer a nenhuma aula) tem a sua maior incidência

nos estudantes que obtiveram menos de 15 acertos no Vestibular. Note que os estudantes obtiveram as notas nos cursos de Cálculo II de maneira bastante semelhante ao seu desempenho na prova de Matemática do Vestibular (ver Tabela 1). Em termos estatísticos, a faixa de 31 a 35 acertos no Vestibular corresponde ao A em Cálculo II, de 26 a 30 corresponde ao A ou B, de 21 a 25 corresponde ao B ou C, de 11 a 20 ao C ou D e de 9 a 10 ao D ou FF. Os estudantes com menos de 15 acertos na prova de Matemática do Vestibular tem mais de 50 por cento de chance de não serem aprovados.

Note na Tabela 2 (Cálculo I no segundo semestre 1997), por sua vez, que os estudantes que entraram na universidade antes de 1995 tiveram apenas 17 por cento de chance de serem aprovados nos cursos de Cálculo I. Os estudantes que entram sem fazer Vestibular tiveram 26 por cento de chance de serem aprovados. Observe na Tabela 2 a grande percentagem (45 por cento) de alunos que obtiveram FF entre aqueles que entraram antes de 1995.

A maioria dos estudantes que não aparecem em sala de aula (ou seja, conceito FF), são estudantes que já foram reprovados em semestres anteriores e que provavelmente se matricularam na disciplina apenas para não perderem a sua matrícula na universidade.

A Tabela 3 (Cálculo II novamente) apresenta uma comparação entre os índices de aprovação dos estudantes que entraram na universidade no ano de 1997 com os que entraram antes do ano de 1997 (e que portanto estavam repetindo o curso). Note que os primeiros tem 74 por cento de chance de serem aprovados contra 43 por cento dos últimos.

Os estudantes de Cálculo II que estavam repetindo o curso correspondem a 55 por cento de todos os alunos (eram 289 dos 525). A instituição do jubramento em nossa universidade deverá diminuir o número destes últimos.

Vamos analisar o fato de um estudante que repete o curso de Cálculo não ter maior chance de aprovação do que um que está fazendo pela primeira vez (este fato é confirmado também pela Tabela 5 referente a USP). Este fato pode parecer surpreendente, pois se esperaria que o aluno repetente estivesse em vantagem sobre o que faz pela primeira vez. Esta ocorrência sugere que o estudante não está aprendendo o material dado em aula principalmente por falta de base em Matemática do segundo grau.



	Alunos não/97	%	Alunos /97	%	Total	%
<b>A</b>	14	4,84	55	23,31	69	13,14
<b>B</b>	32	11,07	64	27,12	96	18,29
<b>C</b>	79	27,34	56	23,73	135	25,71
<b>D</b>	86	29,76	47	19,92	133	25,33
<b>FF</b>	78	26,99	14	5,93	92	17,52
Aprov.	125	43,25	175	74,15	300	57,14
Reprov.	164	56,75	61	25,85	225	42,86
Total	289	100,00	236	100,00	525	100,00

**Tabela 3.** Estudantes de Cálculo II da UFRGS no 2º semestre de 1997.

Algumas palavras sobre comparações de taxas de aprovação nas universidades federais brasileiras com as americanas ou com as universidades particulares brasileiras: os cursos nas universidades americanas ou particulares brasileiras são, em geral, pagos, e sendo assim, um estudante só se matricula num curso se tem certeza que terá condições de dedicar tempo e esforço ao mesmo. É bom lembrar ainda que no caso das federais, muitos estudantes apenas fazem as provas (sem estudar muito para o curso) para obter conceito D e assim não serem prejudicados na matrícula nos próximos semestres, fato que aconteceria se obtivessem reprovação por falta de presença, ou seja FF.

Deve-se ressaltar que o nível de exigência nos cursos de Cálculo das grandes universidades federais está em um patamar acima do que é usualmente praticado pela maioria das universidades particulares brasileiras (existem exceções entre as particulares). Discutiremos mais tarde a conveniência, ou não, de manter tal patamar de exigência.

O fato mais significativa da análise feita acima é a estatística que afirma que existe na UFRGS uma correlação positiva extremamente forte entre a posição do estudante na lista do exame Vestibular e o subsequente desempenho nos cursos de Cálculo (ver Tabela 1). Seria interessante investigar se o mesmo fato ocorre em outras universidades do país.

Como, naturalmente, a nota no Vestibular depende apenas do que o estudante aprendeu no segundo grau, e como, em termos estatísticos, a aprovação em Cálculo depende basicamente desta nota, concluímos (ao menos no caso da UFRGS) o óbvio: o desempenho do estudante

na universidade depende, crucialmente, do que ele aprendeu no segundo grau; os dados apresentados apenas quantificam a intensidade de tal influência.

Como já dissemos antes, a nota mínima estabelecida pela autoridades universitárias (não pelo DMPA) é de 9 acertos (ou seja o candidato com menos de 9 acertos é eliminado), sendo assim, na prática, não existe de fato nota mínima em Matemática no Vestibular da UFRGS. Não é justo portanto comparar o desempenho de estudantes de outros cursos com o dos estudantes de Cálculo, pois, por exemplo, nas disciplinas do curso profissionalizante da Engenharia, encontram-se, em termos estatísticos, basicamente os estudantes que tiveram desempenho superior no Vestibular e já foram filtrados nos cursos de Cálculo. A estatística somente teria sentido se quando comparássemos os índices de reprovação em Cálculo com outras disciplinas, nos restringíssemos a faixas de estudantes situados na mesma posição relativa na classificação no Vestibular.

Achamos também descabida, pelos mesmos motivos e pela estatística da Tabela acima, a afirmação que a qualidade de um departamento deva ser medida pelo índice de aprovação dos alunos dos seus cursos.

Apresentamos na Tabela 4 dados obtidos com as taxas de reprovação na UFMG (uma universidade com um perfil acadêmico semelhante ao da UFRGS) no curso de Cálculo I.

Curso	95/2	96/1	96/2	97/1	Média
Ciência da Computação	17,1	19,5	4,0	28,9	18,7
Estatística	48,7	65,0	50,0	82,3	57,3
Física	33,3	42,4	27,2	40,6	38,3
Matemática	54,8	31,4	63,6	37,2	41,0
Química	48,5	70,3	45,7	64,7	59,4
Engenharia Civil	38,1	30,7	40,0	47,2	38,8
Engenharia Elétrica	12,5	27,2	31,1	29,0	25,1
Engenharia Metalúrgica	35,1	67,8	52,3	67,4	55,3
Geologia	50,0	84,0	85,7	67,5	70,2
Engenharia de Minas	74,4	75,0	58,6	67,5	68,8
Engenharia Química	24,2	18,7	9,6	30,7	20,4
Média	38,9	44,0	42,7	48,2	43,6

Tabela 4. Percentagem de reprovação em Cálculo I na UFMG.

Observa-se na Tabela 4 que os cursos que atraem os alunos melhores classificados no Vestibular da UFMG, como Ciência da Computação, Engenharia Elétrica e Engenharia Química possuem os mais altos índices de aprovação em Cálculo, enquanto que os cursos cuja média para acesso no Vestibular é menor, como Geologia, Engenharia de Minas e Química, possuem uma taxa mais alta de reprovação em Cálculo. A taxa média de reprovação em Cálculo I nos períodos em consideração na UFMG foi de 43,6 %. Alguns cursos chegam a taxas de 70 % de reprovação. A Tabela 4 acima confirma mais uma vez a forte correlação entre classificação no Vestibular e desempenho nos cursos de Cálculo. A percentagem média de reprovação (números de D e FF sobre o número de matriculados) na UFMG, de 43,6 por cento, é semelhante à apresentada em Cálculo II (43 por cento) na UFRGS.

Vamos agora apresentar estatísticas da reprovação nos cursos de Cálculo para Engenharia e para Licenciatura em Matemática na USP (Tabela 5). É importante destacar que a nota para aprovação nos cursos de Cálculo na USP é 5,0 e que o material coberto em 12 horas na UFRGS é coberto em 18 horas na USP.

	Matricul.	Reprov.	Taxa Reprov.	Rep. Freq.	Taxa de FF
Cál I - Eng 96/1	1235 alunos	435 alunos	35%	173 alunos	14%
Cál II - Eng 96/1	161 alunos	78 alunos	48,4%	48 alunos	30%
Cál I - Eng 96/2	151 alunos	101 alunos	66,9%	57 alunos	38%
Cál II - Eng 96/2	1103 alunos	306 alunos	28,7%	146 alunos	13%
Cál I - Lic Mat 96/2	128 alunos	68 alunos	53,1%	45 alunos	35%
Cál II - Lic Mat 96/2	82 alunos	60 alunos	73,2%	28 alunos	34%

Tabela 5. Reprovações em Cálculo na USP.

Observa-se na Tabela acima, novamente, o fenômeno que já destacamos antes, um curso que exige uma nota média mais alta para a aprovação no Vestibular (como Engenharia) tem, na média, um índice de aprovação nos cursos de Cálculo maior do que aqueles cursos nos

quais é possível entrar com uma média mais baixa no Vestibular (como Licenciatura em Matemática). Observa-se um índice de reprovação de 73,2 % no curso de Cálculo II para Licenciatura em Matemática realizado no segundo semestre de 1996. Na seriação aconselhada para este programa, o curso de Cálculo I é de primeiro semestre e o de Cálculo II é de segundo semestre.

Observe na Tabela 5 que os cursos de Cálculo para Engenharia com estudantes repetentes (como Cálculo I no segundo semestre ou de Cálculo II no primeiro semestre) possuem uma taxa mais alta de reprovação do que nos cursos oferecidos nos semestres aconselhados. Sendo assim, na média, um estudante que repete o curso, mesmo com outro professor, tem dificuldade de ser aprovado, o que indica que o problema não está no professor do curso em si, mas que talvez o estudante traga deficiências de formação oriundas do segundo grau.

Fica claro, de qualquer maneira, a partir das estatísticas acima, que o fenômeno das altas taxas de reprovação nos cursos de Cálculo, atinge variados cursos em diferentes universidades do país.

Na Tabela 5 acima, naturalmente, os candidatos que obtiveram FF fazem parte também do grupo dos reprovados.

Esclarecemos ao leitor que o curso de Cálculo da UFRGS é ensinado como ferramenta e quase não se trabalha com demonstrações (não há epsilons e deltas).

### 3. Algumas conclusões sobre as estatísticas acima descritas

As estatísticas apresentadas na Seção 2, além de mostrarem que o problema das altas taxas de reprovação em Cálculo não é um problema localizado apenas em nossa universidade, permitem 4 conclusões importantes:

a) O exame de múltipla escolha de Matemática do Vestibular permite prever, em termos estatísticos, o subsequente desempenho do estudante no curso de Cálculo (ver Tabela 1). Não somos adeptos fervorosos das provas de múltipla escolha e defendemos que as provas realizadas nos cursos oferecidos dentro das universidades sejam, como sempre foram, dissertativas. Apenas entendemos que quando se faz uma prova que deve envolver um número muito grande de estudantes, como por exemplo no Vestibular; apenas por uma questão de custo, a prova de múltipla é

uma ótima opção, pois, como vimos, consegue descrever com bastante exatidão o desempenho futuro do estudante nos cursos universitários.

É bom lembrar que os mais importantes exames realizados no USA (SAT, TOEFL, GRE, etc) para medir o desempenho de um grande número de estudantes são baseados em provas de múltipla escolha.

Cumpre destacar que o Vestibular da UFRGS há alguns anos constava de duas provas: uma de múltipla escolha e outra dissertativa. Posteriormente, abandonou-se este procedimento porque os resultados das duas provas eram muito semelhantes em termos estatísticos e se adotou apenas a prova de múltipla escolha.

b) A razão fundamental porque o estudante esta sendo reprovado em Cálculo não é que o estudante não está sendo ensinado de maneira correta pelos professores dos diversos Departamentos de Matemática, mas, principalmente, porque o estudante, ao ingressar na universidade, não tem o amadurecimento matemático necessário para obter a aprovação num curso de Cálculo com o atual nível de exigência que é utilizado no curso. Isto é corroborado pela Tabela 1 e também pela Tabela 3, visto que um estudante que repete o curso não tem maior chance de passar do que um que faz o curso pela primeira vez. Ele traz consigo deficiências de formação matemática do segundo grau e que não consegue suprir na universidade.

Os professores de Cálculo são aqueles com os quais os estudantes que ingressam em nossas universidades primeiro entram em contato: o problema do alto nível de reprovação é advindo disto.

Em resumo, em função dos dados apresentados, entendemos que os baixos índices de aprovação no exame Vestibular e nos cursos de Cálculo se devem, principalmente, a deficiências em matemática dos estudantes provenientes do segundo grau.

Concluimos, portanto, que é muito importante dar ênfase e apoio aos diversos cursos de Licenciatura em Matemática. Lembramos que estes estudantes são formados em instituições de nível superior e que, sendo assim, é também importante dar apoio aos programas de Bacharelado e Mestrado em Matemática, pois é nestes cursos que deveriam se formar os professores de terceiro grau que vão lecionar os professores do primeiro e segundo grau.

A melhoria do nível de ensino no segundo grau, naturalmente, depende também de um aumento do valor dos salários dos professores que atuam nesta área.

Destacamos o fato que com a nova LDB uma grande proporção de docentes de instituições de ensino superior deverá possuir, no futuro, um grau de pós-graduação e que o número de bolsas para pós-graduação em Matemática, no momento, é insuficiente para atingir tal objetivo.

c) Sobre o item a), acreditamos ainda que o desempenho do estudante nos subseqüentes cursos específicos do curso de Engenharia também está determinado pela sua posição no Vestibular. Encaminharemos os dados que dispomos à Escola de Engenharia da UFRGS para que se possa fazer no futuro uma estatística comprovando ou não a afirmação feita acima. É de conhecimento generalizado que uma vez que o estudante passe pelos cursos de Cálculo e Equações Diferenciais, em termos estatísticos, fora uma ou outra disciplina, ele vai fazer cursos em que o nível de reprovação é bem menor. Os alunos que não concluem o curso de Engenharia, em geral, é porque não conseguiram concluir os cursos de Cálculo.

d) Seria importante fazer uma estatística sobre a questão: qual a percentagem dos estudantes de Engenharia, dentre aqueles que obtiveram menos de 15 acertos em matemática no Vestibular da UFRGS, que irão exercer a profissão de engenheiro? No meu prognóstico esta proporção é muito pequena: muitos deles não irão ser aprovados em Cálculo e aqueles que o forem, irão enfrentar, quando se formarem, um mercado profissional muito competitivo e terão em seus currículos notas não muito boas nos seus cursos universitários.

Se este for o caso, isto é, se esta percentagem for muito pequena (estimo que deva ser de menos de 10 %), cabe a pergunta: mantida a atual estrutura em que não existe um curso de pré-Cálculo, vale a pena aceitar tal estudante em nossa universidade? Não estaremos desta maneira desperdiçando (em termos estatísticos) recursos (horas-aula professor, etc)? Existe uma questão ética envolvida na questão: o estudante ao entrar em uma universidade acredita que tenha chances ponderáveis de concluir o curso; fica a pergunta: é correto aceitar um estudante na UFRGS que tem uma chance de cerca de 50 por cento de ser aprovado, como é o caso daqueles com menos de 15 acertos na prova do vestibular em matemática?

A partir dos dados apresentados acima, entendo que não se obterá um aperfeiçoamento da "eficiência" do ensino universitário federal através de pura e simplesmente aumentar o número de estudantes nela matriculados; é necessário que se consiga, **preliminarmente**, um melhor índice de aprovação dos estudantes matriculados em nossos cursos básicos. O que obteremos com esta medida (em nome da propalada "eficiência") será apenas a massificação do ensino superior e uma grande pressão em cima dos departamentos para aprovarem estudantes independentemente do que eles conseguiram absorver do material desenvolvido nos diversos cursos.

#### 4. O que fazer?

Apresentamos a seguir algumas opções sobre o que fazer a respeito do índice de reprovação no Cálculo e que, no nosso entender, dependem do estabelecimento de uma política a respeito do assunto pelas administrações das várias Universidades, bem como pelo explícito estabelecimento, por parte das Escolas de Engenharia e dos Departamentos de Matemática, do nível de exigência dos cursos Cálculo que se deseja para o curso de Engenharia.

Gostaríamos de acrescentar que o assunto se presta a várias diferentes ações e outras opções (baseadas em diferentes experiências pessoais) não listadas abaixo também podem conduzir ao mesmo fim, ou seja, melhorar o índice de aprovação nos cursos de Cálculo.

#### Opções:

a) Oferecer dentro do currículo do curso de Engenharia um curso de pré-Cálculo para os estudantes que na prova de Matemática do Vestibular tenham desempenho insuficiente. Este curso teria como objetivo ensinar aos estudantes aprovados no Vestibular aquilo que ao entrar na universidade eles deveriam saber de matemática do segundo grau. Algumas universidades americanas oferecem tais cursos. Esta opção só poderia ser executada se os Departamentos de Matemática pudessem contar com mais vagas de professores; assim sendo, esta possibilidade depende de política a ser implementada por cada universidade. Outro

fator que poderia melhorar o desempenho dos estudantes seria oferecer cursos complementares ao curso de Cálculo, de tal jeito que o estudante pudesse utilizar software computacional que lhe permitisse aprofundar o material desenvolvido no Curso de Cálculo. Novamente, para tanto, seria necessário que dispuséssemos de uma grande quantidade de computadores.

A reitoria da UFRGS comprou os softwares MAPLE e MathLab para serem utilizados no futuro nos cursos de Cálculo. Seria interessante que os vários grupos que trabalham no Brasil com material instrucional para computador nos cursos de Cálculo pudessem trocar suas experiências. Fica aqui a nossa sugestão para que a CAPES ou a SBM organizem pequenos encontros para este fim.

O uso de computador em sala de aula poderá facilitar o ensino de Cálculo, mas para isto será necessário acrescentar alguma carga horária ao currículo de Engenharia para desenvolver uma atividade paralela ao próprio curso.

Não acredito que seja possível cobrir o mesmo material atualmente coberto em Cálculo II, e além disso apresentar o uso de software para ilustrar e exemplificar os tópicos apresentados, dentro da mesma carga horária em uso na UFRGS que é de 6 horas aulas semanais.

Alguns pensam que uma carga de 6 horas semanais para Cálculo é demais visto que nos USA ela é, em geral, de 4 ou 3 horas (formalmente, na verdade, pois lá existe somado a isto um tempo de contato com monitores que treinam resolução de exercícios). A questão, no meu entender, é que a maioria dos estudantes que recebemos em nossas universidades tem uma preparação abaixo daquela observada nas boas universidades americanas (que é sempre o nosso termo de comparação) e aqui é necessário mais tempo de contato em sala de aula do professor com o estudante.

Gostaria de esclarecer que embora eu esteja fazendo a sugestão do curso de pré-Cálculo em nossa universidade, é necessário fazer um estudo da sua eficácia antes da sua implementação. Certos conceitos matemáticos devem ser aprendidos em certas fases da vida estudantil de cada pessoa, e é possível que não se consiga, em seis meses na universidade, resolver todas as falhas de formação de um estudante.

Dados do "Notices of the American Mathematical Society", de Setembro de 1997, à página 924, informam que em setembro de 1995, um



total de 835.000 estudantes se matricularam em instituições de ensino superior nos Estados Unidos nos cursos de pré-Cálculo e pré-pré-Cálculo, enquanto um total de 538.000 estudantes se matricularam em Cálculo (correspondente mais ou menos ao nosso Cálculo); um total de 96.000 se matricularam em Cálculo Avançado (um curso de nível mais exigente que o nosso). Muitos dos estudantes dos cursos de pré-Cálculo não irão fazer o curso de Cálculo; por exemplo os cursos de artes, etc exigem no currículo pré-Cálculo, mas não Cálculo.

b) Diminuir o número de estudantes em cada sala de aula, pois como se sabe, o rendimento dos estudantes sempre sobe quando o professor trabalha com um número menor de estudantes. Os nossos cursos estão funcionando com um número médio de 52 alunos matriculados por turma. Novamente, para isto, é necessário contar com mais professores do que dispomos hoje.

c) Exigir uma nota mínima em um patamar mais alto no Vestibular (para os estudantes que terão que fazer Cálculo); sendo assim, os estudantes que não estão preparados para cursar Cálculo não seriam aprovados no exame Vestibular. Esta opção poderia ser analisada caso não seja possível, por razões diversas, implementar o item a) acima. No nosso entender, o aluno que na prova de Vestibular em Matemática da UFRGS obtém apenas cerca de 10 acertos em 35, certamente, não está ainda preparado para o ensino superior.

O desempenho de uma universidade pode ser julgada pelo número de estudantes que não concluem os seus vários cursos, pois afinal de contas, é de responsabilidade da própria universidade a aceitação de estudantes e o estabelecimento de um número mínimo de acertos no exame Vestibular. Cabe a pergunta: o sistema atual em que temos pouca exigência no Vestibular e subseqüentemente se cobra um desempenho superior nos vários cursos na UFRGS pode ser qualificado de eficiente?

d) Modificar o atual nível de exigência que são utilizados nos cursos de Cálculo oferecido pelos Departamentos de Matemática. Por exemplo, em vez de utilizar o atual critério que exige que o estudante tenha um certo desempenho mínimo, poderia se utilizar uma distribuição Gaussiana e aprovar os estudantes que estão acima de um patamar mínimo de nota. Algumas palavras sobre o procedimento determinado pelo uso da curva Gaussiana: um resultado estatístico conhecido afirma que a nota dos estudantes de um curso (ou vários cursos) quando colocados

em um histograma apresentam uma distribuição em forma de sino, ou seja a maioria das notas se situam em um patamar intermediário e as melhores notas e as piores notas aparecem em menor quantidade nas partes externas desta curva em forma de sino (este fato pode ser observado, por exemplo, na distribuição das notas no Vestibular). Para que este resultado se apresente, é necessário que o número de estudantes em consideração seja grande.

Em termos práticos, esquecendo detalhes matemáticos mais sofisticados, colocaríamos em função da média e da dispersão dos dados, as notas dos estudantes em ordem crescente de tal modo que através de uma padronização a nota mais alta se torne 10,0. Neste caso, seriam aprovados, digamos, apenas os estudantes que tiverem nota situada entre as notas 4,0 e 10,0. A implementação de tal procedimento implicaria, naturalmente, de imediato um nível muito mais alto de aprovação nos cursos de Cálculo. A justificativa para o procedimento descrito acima é que uma determinada prova pode, sem intenção do professor, ter se tornado muito difícil, e sendo assim, como ela é igualmente difícil para todos os estudantes, a distribuição ordenada das notas, a normalização e o uso da curva Gaussiana corrige este eventual problema.

A nota para aprovação poderia alternativamente ser colocada em um certo valor de tal maneira que se iria aprovar na média uma percentagem fixa e predeterminada de estudantes, digamos, aprovar os 70 por cento dos estudantes com melhor desempenho no curso (além naturalmente daqueles que porventura obtiverem média acima de 6,0). A questão que se levanta na aplicação do procedimento d) acima é a seguinte:

Pergunta: as Comissões de Carreira de Engenharia desejam receber estudantes aprovados dentro deste critério ou não?

No caso da Escola de Engenharia de uma universidade responder “não” à pergunta acima, entendemos que esta decisão deveria ser oficialmente comunicada às autoridades da universidade, para não recair apenas sobre os Departamentos de Matemática o ônus do índice de reprovação nos cursos de Cálculo.

Nesta eventualidade, é preciso dizer o seguinte: existe em nossas universidades um paradoxo entre o sistema de acesso utilizado no Vestibular, que “na prática” não exige um conhecimento mínimo, e o sistema utilizado internamente no qual se exige um conhecimento mínimo para

o estudante poder seguir em frente na parte profissionalizante do seu curso de Engenharia e assim se formar.

Os estudantes formados no curso de Engenharia das universidades federais, como se sabe, são procurados por aquelas empresas que necessitam desenvolver novos projetos, que necessitam de criatividade, que precisam utilizar procedimentos industriais sofisticados e que assim requerem a utilização de profissionais com uma qualificação de alto nível. Fica assim justificado a necessidade de manter um alto nível de exigência nos cursos de Engenharia em nossas universidades.

No nosso entender, quando a universidade entrega um diploma de engenheiro a um formando, a sociedade espera que este esteja qualificado para desempenhar as suas funções de maneira segura e eficiente. É bom lembrar que engenheiros produzem aparelhos, constróem casas e pontes, e a segurança da população depende da qualificação destes profissionais. A questão fundamental é: onde fica o patamar mínimo de qualificação que se deseja? No que concerne ao estabelecimento de tal patamar, no nosso entender, existe uma simples solução: cada Comissão de Carreira de Engenharia e cada Departamento de Matemática deveriam sentar juntos e examinar as provas dos cursos de Cálculo para que se chegue a uma conclusão definitiva a respeito do nível de exigência que deve ser utilizado nos cursos. Sugerimos que esta questão deva ser debatida pelas autoridades de cada universidade em conjunto com a Escola de Engenharia e o Departamento de Matemática.

e) Se cada professor de Cálculo pudesse contar com um monitor qualificado (para isto é necessário remunerar melhor os nossos monitores para poder atrair estudantes realmente bem qualificados e que já estão mais avançados no curso, por exemplo em pós-graduação) para discutir com os estudantes a resolução de exercícios, apontar erros, etc, fora do horário de aula, que os índices de reprovação em Cálculo seriam drasticamente diminuídos. Este sistema de monitores funciona nos Estados Unidos com bastante eficiência. É preciso reconhecer que este sistema funcionou sem grande sucesso no passado na UFRGS. É bom lembrar que nossos monitores recebem uma remuneração muito baixa, que quase não paga nem o transporte do estudante até o Campus. Se fosse possível juntar várias bolsas de monitoria e oferecer uma remuneração melhor, mesmo que fosse para um número reduzido de monitores, poderíamos talvez montar um sistema que funcionasse e que realmente auxiliasse os

estudantes de Cálculo.

Em resumo, entendo que a Escola de Engenharia e o Departamento de Matemática de cada universidade, analisando as atuais provas dos estudantes de Cálculo, deveriam tomar uma decisão conjunta sobre o nível de conhecimento de Cálculo que deve ser exigido nestes cursos. Deste modo as Escolas de Engenharia dividiriam junto com os Departamentos de Matemática a responsabilidade sobre a questão dos altos índices de reprovação nos cursos de Cálculo.

### **5. Algumas palavras sobre a minha experiência particular em lecionar o curso de Cálculo II**

A minha experiência ao lecionar o curso na UFRGS me indicou que o problema maior que os estudantes enfrentam em Cálculo não é advindo da falta de mais exemplos concretos ou aplicações a Engenharia (que de qualquer modo são brevemente apresentados em classe), mas no entendimento dos próprios conceitos matemáticos envolvidos.

Neste momento, é necessário se valer de exemplos e ser bastante preciso no que estou tentando dizer:

a) Se uma série converge, o termo geral vai a zero, mas a recíproca não é verdadeira. Apesar de eu ter explicitamente avisado aos estudantes para tal fato, dado exemplos em que a recíproca não é verdadeira, desenvolvido exercícios sobre o mesmo tópico em sala de aula, muitos estudantes confundiram as duas propriedades. Ou seja, os estudantes, em geral, não conseguem pensar logicamente e confundem a hipótese com a tese. Nota-se, neste caso, falta de amadurecimento matemático por parte do estudante e este é um problema que toma algum tempo para ser vencido.

b) Complementando o material exposto em aula, para exemplificar a importância de seqüências convergentes (tópico brevemente descrito antes de se falar em séries), tentei explicar através do método de Newton, qual é, aproximadamente, a idéia central utilizada quando se obtém na calculadora a raiz aproximada de um número real. Apesar de ter utilizado uma aula inteira para explicar tal propriedade, devo reconhecer que pouquíssimos alunos puderam entender o raciocínio. Devo reconhecer que teria sido mais útil gastar este tempo fazendo exercícios sobre seqüências convergentes. Alguns exemplos mais simples, como por exem-

plo, calcular em séries de potências a função que determina ao longo do tempo a decomposição do tório, a partir de uma lei simples sobre a quantidade decomposta a cada dia, funcionou muito bem. Este problema recai em analisar uma equação diferencial bem fácil de resolver. Na minha opinião, exemplos simples de equações diferenciais devem ser introduzidos no curso de Cálculo para que o estudante possa perceber e valorizar a ferramenta poderosa que está sendo posta à sua disposição. Em resumo, exemplos de aplicações, embora, potencialmente, tenham a capacidade de ilustrar o uso do material de Cálculo, quando envolvem raciocínios mais elaborados (e em geral tal acontece quando se trata de aplicações realmente significantes) não tem grande utilidade para os alunos (ao nível do curso de Cálculo, naturalmente). É necessário utilizar um grande número de horas de aula do curso para desenvolver um exemplo aplicado a Engenharia e é necessário também introduzir uma série de informações específicas dos modelos e que os estudantes muitas vezes não tem tempo de absorver.

Os exemplos aplicados que funcionaram melhor em sala de aula, foram aqueles que eram simples, mas que no entanto davam um leve sabor da importância do conceito exposto em sala de aula.

Minha conclusão de tudo isto é que, obrigatoriamente, alguns poucos exemplos aplicados à Engenharia devem ser brevemente discutidos no curso de Cálculo II, mas o essencial é que os estudantes aprendam a dominar os conceitos matemáticos básicos e que os exemplos concretos de aplicações reais (e que são bastante elaborados, em geral) sejam deixados para os cursos específicos do currículo de Engenharia.

Acredito que existem duas importantes funções do curso de Cálculo:

a) fazer com que o estudante aprenda a raciocinar em termos matemáticos, em termos lógicos, que aprenda a saber analisar problemas complexos e a descobrir sua solução.

b) fornecer ao estudante um arcabouço de ferramentas operacionais básicas de cálculo para serem usadas nas diversas ciências.

Dado que existe hoje em dia pacotes e software matemáticos, entendendo que a habilidade para calcular integrais complicadas ou a habilidade operacional em Cálculo passa a ser menos importante (não se pode, de qualquer modo, aprender cálculo sem fazer algumas contas operacionais simples na ponta da caneta), e o que se torna mais fundamental é o entendimento dos próprios conceitos envolvidos, o entendimento da

utilidade do seu uso, e, principalmente, desenvolvermos no estudante a capacidade de

- 1) modelar problemas simples de Engenharia;
- 2) usar a sua imaginação e criatividade para resolver problemas concretos;
- 3) ser capaz de analisar um problema e identificar que tipo de ferramenta matemática de Cálculo deve ser utilizada na sua solução.

A minha experiência é que é muito mais difícil transmitir ao estudante a capacidade 1) 2) e 3) (ou seja, o item a) acima) do que treiná-lo a desenvolver a habilidade simplesmente operacional (ou seja, o item b) acima). Se fôssemos exigir nos nossos cursos de Cálculo que os estudantes para serem aprovados fossem capazes de dominar com desenvoltura os itens 1) 2) e 3), os nossos índices de reprovação seriam esmagadoramente maiores.

Um engenheiro que vai desenvolver projetos, e não se limitar somente ao uso de tabelas, necessariamente precisa ter a capacidade de pensar criativamente, descrita em 1) 2) e 3). É preciso reconhecer, ao mesmo tempo, que na verdade muitos dos nossos engenheiros formados no Brasil não irão realmente desenvolver projetos.

Relacionado com esta questão, gostaria de acrescentar que, baseado na minha experiência e levando em conta também a opinião de meus colegas, entendo que os atuais cursos de Cálculo, embora sejam realmente difíceis para a maioria dos estudantes, tem um nível muito baixo para aqueles alunos que obtiveram mais de 26 acertos na prova de matemática do Vestibular da UFRGS. Seria interessante se pudessemos oferecer a cada semestre uma turma especial de Cálculo I e outra de Cálculo II (dentro as oferecidas) para estudantes que desejam um curso mais avançado e portanto que possam aprofundar os tópicos abordados, permitindo assim a formação de um profissional mais bem preparado, em termos matemáticos, para a profissão de engenheiro. Estes cursos são denominados de "Honors Calculus" nos Estados Unidos e lá são uma experiência de grande sucesso. Naturalmente, a opção por fazer tal curso deve ser do próprio estudante.

Complementando o que foi colocado no parágrafo acima, tenho uma sugestão mais ambiciosa: porque não criar nas grandes universidades brasileiras, paralelo aos atuais cursos de graduação para engenharia, um

outro ao espírito da Ecole Polytechnique francesa? Mais exatamente, poderia haver em cada universidade federal, digamos 30 vagas ao ano, destinadas a formar um engenheiro com uma formação científica de qualidade extraordinária. Somente os alunos realmente excepcionais seriam aceitos em tal programa que ofereceria cursos mais avançados dos que os atuais, e destinados a formar cientistas na área de ciências exatas. Eles poderiam seguir, ao concluir o programa de cinco anos de graduação, a profissão de engenheiro, profissional em computação, etc em grandes empresas interessadas em desenvolver tecnologia sofisticada. Poderiam, alternativamente, também se dirigirem a uma carreira acadêmica, como engenheiro, físico ou matemático, cursando programas de pós-graduação nestas áreas. A proposta da Ecole Polytechnique de oferecer um curso de exigência "extraordinária" à estudantes "extraordinários" é um grande sucesso na França e poderia, sem dúvida, ser adaptado ao nosso sistema educacional superior. No meu entender esta medida traria um real "aperfeiçoamento" do sistema universitário brasileiro.

### Conclusão

Entendemos que é extremamente importante para os diversos Departamentos de Matemática nas diferentes universidades brasileiras um esforço concentrado na busca de melhores índices de aprovação nos cursos de Cálculo. Na medida em que se implante uma maior autonomia e avaliações periódicas nas nossas universidades haverá, naturalmente, uma maior pressão no sentido de que os recursos disponíveis sejam utilizados de maneira eficiente. Um dos itens que estão sob nossa responsabilidade e diretamente relacionados com uma parte ponderável de nossas atividades de ensino é o das disciplinas básicas de serviço; para os nossos colegas de outros departamentos da universidade estes cursos são, naturalmente, de fundamental importância em seus programas e assim o prestígio dos nossos departamentos será engrandecido com ações nesta direção. A longo prazo, este prestígio estará, é bem possível, associado a disputa por novas vagas para concursos de docentes e recursos para o funcionamento de nossos departamentos.

**Nota em 5 de janeiro de 1999:** A reitoria da UFRGS mudou o seu critério de eliminação do vestibular pela prova de Matemática: apenas o estudante que fizer zero acertos das 35 questões da prova de múltipla escolha será eliminado.

Instituto de Matemática  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Av. Bento Gonçalves, 9500  
91509-900 Porto Alegre.  
e-mail: *alopes@mat.ufrgs.br*