



SHESTAKOV E OS AUTOMORFISMOS SELVAGENS

Entrevista concedida a Eduardo Colli, Henrique Guzzo, Severino Toscano Melo e Lucia Ikemoto Murakami (IME/USP)

Edição e prefácio: Eduardo Colli

Em 2007, Ivan Shestakov, professor titular do Instituto de Matemática e Estatística da USP, e seu ex-aluno de doutorado, Ualbai Umirbaev, que trabalha atualmente na Wayne State University, ganharam o Prêmio E. H. Moore de Artigo de Pesquisa, da American Mathematical Society (AMS), pelos artigos “Poisson brackets and two-generated subalgebras of rings of polynomials” e “The tame and the wild automorphisms of a polynomial ring on three variables”, ambos publicados em 2004 no mesmo fascículo da revista *Journal of the American Mathematical Society* ([7, 8]). Essa foi a segunda edição do prêmio, que é dado a cada três anos aos autores do melhor artigo publicado em alguma das revistas da AMS nos seis anos anteriores.

Para se ter uma ideia do que contém o segundo artigo (o primeiro é um desenvolvimento necessário para o segundo)¹, seja A_n o anel de polinômios a n variáveis sobre um corpo \mathbb{F} , digamos $\mathbb{F} = \mathbb{R}, \mathbb{C}$ ou qualquer corpo de característica zero. Um *automorfismo* de A_n é uma função $\Phi : A_n \rightarrow A_n$ que é bijetora, linear e preserva a multiplicação do anel, quer dizer, $\Phi(\alpha p) = \alpha \Phi(p)$,

¹ Publicaremos um artigo um pouco mais detalhado sobre o assunto no próximo número da *Matemática Universitária*. Outro relato é o artigo de van den Essen ([3]).

$\Phi(p + q) = \Phi(p) + \Phi(q)$ e $\Phi(pq) = \Phi(p)\Phi(q)$, para quaisquer polinômios $p, q \in A_n$ e escalar $\alpha \in \mathbb{F}$. Por causa disso, é imediato ver que, se $p = p(x_1, \dots, x_n)$ é um polinômio, então $\Phi(p) = p(\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_n))$, isto é, $\Phi(p)$ pode ser obtido substituindo-se cada variável x_i pelo polinômio $\Phi(x_i)$. Tomando-se ϕ_i como a função de \mathbb{F}^n em \mathbb{F} induzida naturalmente pelo polinômio $\Phi(x_i)$, segue que Φ induz uma aplicação polinomial $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)$ de \mathbb{F}^n em \mathbb{F}^n . Pode-se mostrar que ϕ também tem que ser inversível (herda a propriedade de Φ) e que ϕ^{-1} é polinomial (além disso, a recíproca é verdadeira: se ϕ é polinomial e tem inversa polinomial, então existe automorfismo Φ que o induz). Por abuso de linguagem, chamaremos também ϕ de automorfismo.

Vejamos primeiramente o caso $n = 1$, real: quais são os possíveis $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ induzidos por automorfismos do anel de polinômios reais em uma variável? Observe que $\phi(\phi^{-1}(x)) = x$, para todo $x \in \mathbb{R}$, logo $\phi'(\phi^{-1}(x))(\phi^{-1})'(x) = 1$. Mas os dois fatores à esquerda dessa equação são polinômios, logo, necessariamente, $\phi'(x)$ é identicamente igual a $\alpha \in \mathbb{R}$, com $\alpha \neq 0$. Portanto $\phi(x) = \alpha x + \beta$, com $\alpha \neq 0$. Para $n > 1$, o mesmo raciocínio leva a concluir que o determinante da matriz jacobiana de ϕ tem que ser constante e não nulo².

² A recíproca, quer dizer, afirmar que uma aplicação polinomial de determinante jacobiano constante é um automorfismo, não é sabida mesmo no caso de $n = 2$ e $\mathbb{F} = \mathbb{C}$. Trata-se da Conjectura do Jacobiano, proposta em 1939 por Ott-Heinrich Keller, e que agora é um dos problemas da lista de Steven Smale que desafiam

O conjunto dos automorfismos é um grupo sob a operação de composição, que denotaremos por $\text{Aut}(\mathbb{F}^n)$. Na busca por um entendimento desse grupo, procura-se primeiro eleger aqueles que são mais simples e determinar subgrupos relevantes. Por exemplo, se M é matriz $n \times n$ inversível e $y \in \mathbb{F}^n$ então a aplicação afim $\phi(x) = Mx + y$ é um automorfismo, com inversa $\phi^{-1}(x) = M^{-1}(x) - M^{-1}y$, também afim. De fato, o conjunto dos automorfismos afins é um subgrupo de $\text{Aut}(\mathbb{F}^n)$. Há, porém, muito mais objetos além do subgrupo afim.

Definem-se os *automorfismos elementares* como aqueles em que, para algum i entre 1 e n , $\phi_i(x) = \alpha x_i + q(x)$ e $\phi_j(x) = x_j, \forall j \neq i$, onde $\alpha \in \mathbb{F} \setminus \{0\}$ e q é um polinômio de A_n que não depende da variável x_i . Denotaremos por $\delta(i, \alpha, q)$ esse automorfismo. Observe, por exemplo, que a inversa de $\delta(i, \alpha, q)$ é dada por $\delta(i, \alpha^{-1}, -\alpha^{-1}q)$, ou seja, é também um automorfismo elementar. No entanto, o conjunto dos automorfismos elementares não é um subgrupo dos automorfismos, pois é fácil encontrar exemplos de pares de automorfismos elementares cuja composição não é elementar. Para se ter um subgrupo, olha-se para todos os automorfismos que são formados pela composição de elementares. Esses automorfismos são chamados de *mansos* (“tame”, em inglês) e o subgrupo que formam denotaremos por TA_n . Se um automorfismo não for manso, diz-se que ele é *selvagem* (“wild”). É um exercício demonstrar que todos os automorfismos afins são mansos.

Em seguida, a questão natural é saber se existem polinômios selvagens. Em 1942, Jung demonstrou que, para $n = 2$, eles não existem ([4]). Ele provou em característica zero, mas van der Kulk, em 1953, provou em característica arbitrária ([5]); outras generalizações e demonstrações novas apareceram desde então. Para $n \geq 3$ o problema ficou em aberto durante todo esse tempo. Em 1972, M. Nagata ([6]) conjecturou que existem automorfismos selvagens, e um deles seria o auto-

morfismo $\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ dado por

$$\phi_1(x, y, z) = x - q^2z - 2qy, \quad (1)$$

$$\phi_2(x, y, z) = y + qz, \quad (2)$$

$$\phi_3(x, y, z) = z, \quad (3)$$

onde $q = xz + y^2$. A verificação de que este é um automorfismo segue do fato de que ϕ^{-1} tem a mesma expressão, trocando-se $-2qy$ por $+2qy$, na primeira linha, e qz por $-qz$ na segunda. Depois disso, vários outros candidatos a automorfismos selvagens surgiram na literatura.

O que Shestakov e Umirbaev fizeram no trabalho premiado foi criar um algoritmo para determinar se um automorfismo de A_3 é manso ou não. Com esse algoritmo puderam, em particular, mostrar que o automorfismo de Nagata é realmente selvagem e, é claro, provar que esses automorfismos selvagens de fato existem.

A demonstração trouxe, além disso, uma classificação dos automorfismos mansos de A_3 em cinco classes disjuntas. Definindo o grau de um automorfismo como a soma do grau de suas componentes (portanto os automorfismos afins têm grau n), diz-se que o automorfismo ϕ é *elementarmente redutível* se existe um automorfismo elementar ϵ tal que o grau de $\epsilon \circ \phi$ é estritamente menor do que o grau de ϕ . O que Jung fez foi demonstrar que todo automorfismo de A_2 é elementarmente redutível. Daí seguiu por indução que todos são mansos, já que todos os afins o são. Já para $n = 3$, Shestakov e Umirbaev mostraram que nem todos os automorfismos mansos são elementarmente redutíveis. No entanto, mostraram que existem mais quatro outras categorias de redutores de grau (que são, cada um, uma composição de até quatro automorfismos elementares, sendo um deles arbitrário e os demais lineares ou quadráticos) e que o grau de todo automorfismo manso necessariamente é reduzido por um e somente um dos cinco tipos de redutores. Em outras palavras, estabeleceram uma caracterização dos automorfismos mansos em função de sua redutibilidade (no trabalho, não deram exemplos para todas as classes e, de fato, uma delas se provou vazia, por Shigeru Kuroda). A partir

a matemática do século XXI ([9]). Para mais informações, ver, por exemplo, [1] e [2].

dessa classificação, o algoritmo para reconhecer se um dado automorfismo é ou não é manso se reduz a cinco algoritmos (agora quatro, após Kuroda), que procuram determinar se o automorfismo é ou não é redutível por um desses redutores.

Nesse contexto, entrevistamos Shestakov para saber como foi chegar a esse resultado e ganhar o prêmio, e, também, como foi sua trajetória, desde criança até os dias de hoje, passando, em particular, pelos momentos críticos da dissolução da União Soviética, que contribuíram para sua decisão de vir morar no Brasil.

Matemática Universitária — *Em primeiro lugar, gostaríamos de parabenizá-lo pelo Prêmio Moore da AMS, que você recebeu com seu ex-orientando Ualbai Umirbaev. Você pode nos dizer onde foi feito esse trabalho?*

Ivan Shestakov — Bom, a etapa definitiva foi aqui mesmo na USP. Eu o convidei para passar um ano com uma bolsa da FAPESP e posso dizer que o passo principal foi feito aqui. Depois, quando ele foi embora, em 2001, precisamos de mais um ano para escrever. É claro que começamos a pensar nisso vários anos antes. Depois que ele defendeu o doutorado começamos a pensar nesse problema não só para polinômios, mas para álgebras mais gerais. Pensamos que talvez pudéssemos encontrar algumas ideias considerando classes mais gerais, mesmo que a solução na classe mais geral não desse a solução para o caso particular. Isso foi mais ou menos na década de 80...

MU — *Em Novosibirsk?*

Shestakov — Sim, em Novosibirsk... Bom, de fato isso foi quando Ualbai já estava no Casaquistão. Ele nasceu no Casaquistão, estudou na Universidade de Novosibirsk, fez comigo mestrado e doutorado e se estabeleceu no Casaquistão, onde ficou até recentemente. Mas nós continuamos todo esse tempo a pensar no problema, mesmo depois, quando eu fui para a Espanha. Evidentemente trabalhamos em outras coisas também.

MU — *Mais adiante gostaríamos de voltar a falar sobre seu*

trabalho, mas antes gostaríamos de saber como foi sua vinda ao Brasil.

Shestakov — Eu tinha convite como professor visitante por parte do Henrique Guzzo. Já conhecia Henrique porque eu havia passado dois anos em Oviedo e a gente se via por lá. Conhecia Roberto Costa, que também visitou a Espanha, acho que Luiz Antonio Peresi também esteve lá. De fato, já tinha recebido antes um convite do Roberto para participar da Escola de Álgebra, no Rio, em 1996, mas tive que cancelar a viagem porque meu filho ficou doente. Depois recebi o convite de novo e somou-se a isso que sempre gostei de viajar, ver países interessantes... Eu tinha curiosidade, pois nunca havia estado na América do Sul. Além disso, tinha amigos aqui: Alexander Grishkov, Vyacheslav Futorny... Então decidi vir. Durante esse ano que fiquei aqui eu conheci a USP, gostei muito do ambiente e do apoio à pesquisa; foi bem melhor do que aquela situação que havia na Rússia. Como fazer pesquisa é meu trabalho principal, ter boas condições para isso foi importante. Além disso, a situação na Rússia tinha piorado bastante. Não só eu, mas muitos colegas meus tinham que escolher, ou ficar lá e praticamente esquecer a pesquisa, pois para sobreviver a gente tinha que trabalhar em dois ou três lugares, universidades ou escolas secundárias, e não dava tempo para fazer pesquisa, ou então mudar de profissão. Muitas pessoas saíram da ciência, foram, por exemplo, para o mercado financeiro. Como eu não queria trocar minha profissão e não queria parar a pesquisa, e aqui eu tinha condições de trabalhar, viajar, dar aulas, quando foi aberto um concurso, decidi participar, e nunca me arrependi depois. E, além dos aspectos puramente profissionais, o importante para tomar a decisão foi que gostei do país. A natureza do Brasil é uma maravilha, o povo sempre amigável, aberto. Eu me sinto bem aqui.

MU — *Em que ano foi?*

Shestakov — Em maio de 99, ao final do período de um ano que passei aqui como professor visitante, a convite do Henrique, com uma bolsa da FAPESP.

MU — *E esses problemas lá na Rússia começaram a ficar desse jeito quando? Por ocasião do colapso da União Soviética?*

Shestakov — Isso começou exatamente com a dissolução da União Soviética, porque na época de transição ninguém se preocupou muito com a ciência. Eu diria que, entre os governantes, correndo o risco de exagerar um pouco, a maioria se preocupou mais em tirar proveitos pessoais.

MU — *Isso foi em 91?*

Shestakov — Sim, começou em 91. Agora que tudo mais ou menos já se estabilizou, as coisas começam a melhorar, mas naquela época, medicina pública, escolas, a situação foi tal que médicos e professores do secundário ficaram meses sem salário! Como o Estado anterior praticamente não existia mais e as leis não estavam bem estabelecidas, foi como “água turva”. Acho até que fizeram isso de propósito, deixaram as leis confusas para tirarem proveito. Enfim, foi uma época muito ruim.

MU — *E aí você decidiu ir embora? Para a Espanha?*

Shestakov — Não, na Espanha não foi só por isso, foi também porque tinha muito interesse em conhecer o país, sempre sonhei em ver a Espanha. Eu tinha um bom convite para trabalhar lá, era uma novidade. Eu não pensava que ia para emigrar e tampouco para ganhar muito, era mais porque teria boas condições de trabalho por lá. Além disso, durante minha estada na Espanha eu voltava regularmente para Novosibirsk.

MU — *Quando você foi?*

Shestakov — Para a Espanha eu fui em 93. Agora, a notícia da dissolução da União Soviética, em 91, eu ouvi quando estava nos Estados Unidos, numa viagem, lembro que todo mundo me parava para perguntar.

MU — *A sua família ficou em Novosibirsk?*

Shestakov — Na Espanha eu fiquei com minha esposa; meus filhos ficaram em Novosibirsk. Também aqui no

Brasil, primeiro vim sozinho e depois minha esposa se juntou a mim. Meus filhos ficaram lá, e continuam lá até hoje.

MU — *À medida que você permanecia na Espanha, foi ficando claro que a situação estava ficando pior e que seria mais difícil voltar?*

Shestakov — Nos meus retornos, percebia que a situação havia piorado bastante. De fato já havia piorado antes de ir para a Espanha. A inflação era muito alta, precisávamos levar uma sacola para receber o salário, porque as cédulas não valiam praticamente nada. Perdemos todas as nossas economias, porque de repente o dinheiro não valia nada. Minha esposa ficou muito afetada com a situação, nisso ajudou nossa ida à Espanha, para esquecer um pouco tudo isso. Mas realmente não foi para emigrar. Eu já havia estado nos Estados Unidos, mas não por tanto tempo.

MU — *Nós gostaríamos de saber como foi sua infância, como foi na escola, como surgiu seu interesse por matemática...*

Shestakov — Eu tive uma infância muito feliz, numa aldeia pequena, chamada Zával, na Sibéria, perto do Lago Baikal, com um rio de águas cristalinas, bosques, um lugar perfeito! Nós passávamos os dias, sobretudo o verão, nos bosques, nadando no rio etc. A aldeia ficava bastante longe, a 90 km do trilho de trem, e não tínhamos transporte regular. Se alguém quisesse chegar lá tinha que procurar um jeito. No outono, por exemplo, havia caminhões para levar a safra de grãos para os entrepostos centrais e nós aproveitávamos para ir junto com a carga. Senão, viajávamos dois dias a cavalo, mas para obter um cavalo tínhamos que nos dirigir ao administrador do *kolkhoz* [fazenda coletiva]. Estou contando tudo isso para ilustrar que era uma aldeia muito remota e que, por isso, tínhamos problemas com professores na escola. Na Rússia, o sistema era assim: logo ao terminar seu curso universitário (que na verdade incluía o mestrado, obrigatoriamente), o recém-formado tinha que escolher o lugar onde iria trabalhar, e ali teria que trabalhar por três anos, obrigatoriamente. Depois po-

deria escolher outro lugar, mas os três anos eram obrigatórios e valiam como compensação da educação gratuita que havia recebido. Bom, claro que para escolher esses lugares os alunos melhores tinham mais possibilidades. Então, como nossa aldeia era bem longe, ninguém queria ir lá, e aqueles poucos que iam não queriam ficar além dos três anos obrigatórios. A não ser por motivos pessoais, por exemplo quando uma professora se casava com um rapaz da aldeia e ficava por lá. Portanto, com frequência não tínhamos professores, isso acontecia muito com língua estrangeira e às vezes com matemática.

Eu lembro que, em dado ano, nós não tínhamos professor de matemática e, então, convidaram uma moça que havia tentado entrar na universidade e não havia conseguido, para que ela não ficasse sem trabalho. Isso era ainda no primário, nossa escola só tinha os sete primeiros anos. O secundário tinha que ser feito em outro lugar. Até aquele momento eu nunca havia lido livros-texto, pois para mim bastava o que o professor expunha em classe. Não tinha dificuldades e tudo saía muito fácil. Mas naquele ano eu tive muitas doenças, daquelas que se costuma ter quando se é muito pequeno, mas eu as tive nessa idade, e acabou sendo bastante grave, pois pegava uma atrás da outra, e praticamente durante um semestre inteiro não assisti às aulas. Quando eu voltei, a professora estava explicando como se livrar de uma irracionalidade no denominador de uma fração. Ela dizia que tínhamos que elevar ao quadrado tanto o numerador quanto o denominador. Eu dizia, “professora, como é isso?, eu não entendo, se nós temos, por exemplo, 1 sobre 2 e elevamos as duas partes ao quadrado então ficaremos com 1 sobre 4, que não é igual à fração original!”. E ela respondia, “mas nesse exemplo não tem irracionalidade, e além disso você perdeu muitas aulas, você precisa estudar, ler algo, ter aulas particulares, para entender o que estamos estudando agora!”. Bom, aí fui para casa e, talvez pela primeira vez, abri um livro-texto. Na época, tínhamos livros muito bons, eu gostei, comecei a ler, claro que entendi muito rápido que ela não tinha razão. Então comecei a ler coisas adiante do que nós

estudávamos, procurei livros do ano seguinte, e desse jeito comecei a gostar de matemática. Depois, quando fui cursar o secundário, em outro lugar, conheci outra professora, muito boa, que me ajudou muito e me incentivou a participar de olimpíadas de matemática. No ano de 1964 organizaram a primeira olimpíada da Sibéria. Essas olimpíadas surgiram com a criação, no final da década de 50, início de 60, do Ramo Siberiano da Academia de Ciências da União Soviética e a fundação, em Novosibirsk, do Akademgorodok, que é um centro acadêmico que inclui a universidade, vários institutos de pesquisa e a Escola de Novosibirsk para Física e Matemática. Essa escola, na qual acabei entrando, é mais ou menos como um secundário, e ela usava as olimpíadas para escolher seus alunos.

MU — *Então você foi fazer essa escola secundária nessa cidade que ficava a dois dias de cavalo e depois foi para a escola em Novosibirsk porque ganhou uma olimpíada?*

Shestakov — Sim, isso mesmo. Essa primeira escola era em Kuitún, na região do Irkutsk. Eu ganhei a olimpíada nessa região. Durante o inverno fizeram essas olimpíadas regionais e chamaram os vencedores para a Escola de Verão de Física e Matemática em Novosibirsk. Durante um mês assistimos a palestras dos cientistas, e tínhamos também aulas práticas de matemática e física. Ao final fizeram um exame e aqueles que passaram, incluindo eu, entraram imediatamente na escola regular. De fato, até hoje continuam usando esse procedimento de admissão de alunos. Mas a escola de Kuitún também era muito boa. Eu me lembro que na primeira prova eu dei uma ajuda para um amigo e acabaram pensando que eu havia copiado, já que normalmente chegavam alunos das aldeias não muito bem preparados. Além das provas escritas, a professora também nos examinava com questionamentos orais durante as aulas e, um dia, depois desse episódio, ela perguntou com quais polígonos regulares se poderia fazer um ladrilhamento do plano. Eu respondi bem rápido que n tem que ser 3, 4 ou 6, para completar 360 graus num vértice, e ela se espantou comigo, pois até aquele momento pensava que

eu não era bom aluno, por causa do incidente da prova. E foi a partir daí que ela começou a me dar mais atenção, a me dar questões mais complicadas e me convidou para essas olimpíadas.

MU — *Uma curiosidade. Na conferência em homenagem aos seus 60 anos, realizada em Maresias no ano passado, mostraram uma fotografia em que você parece estar no “trabalho pesado”...*

Shestakov — Bom, primeiro, como nasci e cresci numa aldeia, eu sabia fazer muitas coisas, mas essa foto foi quando já estava na universidade, em Novosibirsk. Durante as férias de verão nós costumávamos formar grupos para trabalhar em algum lugar, para ganhar algum dinheiro. A educação era gratuita, mas nem todos tinham famílias ricas para se manter. O problema nem era alimentação e alojamento, pois a universidade nos dava o suficiente para isso, lembro que eram 35 rublos, dos quais 2 rublos iam para pagar o alojamento e os outros 33 para comer, em geral no restaurante universitário. Mas para comprar roupas ou outras coisas esse dinheiro já não dava. Então nós trabalhávamos durante o verão para ganhar dinheiro e, ao mesmo tempo, para conhecer lugares diferentes. Cada região da União Soviética tinha um certo “coeficiente” que servia para multiplicar os salários e, quanto mais duras fossem as condições de vida, maior era esse coeficiente. Por exemplo, na parte europeia era 1, em Novosibirsk era 1.2 e na parte norte era mais de 2. Então nós subimos lá, e foi um pretexto para conhecer esses lugares. Porque no verão esses lugares são maravilhosos, o verão é curto e sem noites, e a natureza tem muita pressa, é muito exuberante.

MU — *Era um trabalho agrícola, ou em mineração...?*

Shestakov — Não, lá praticamente não tem agricultura porque poucos centímetros abaixo da superfície há gelo eterno. Lá a natureza é muito frágil, se você pegar um arbusto e puxá-lo para cima você o arranca. Ali é tundra, quando passa um trator seu rastro pode permanecer por vários anos. Agricultura, lá, só dentro de es-

tufas. Nós trabalhávamos principalmente em construções. Eu tenho, por exemplo, um diploma pela participação na construção da primeira usina nuclear acima do Círculo Ártico, a usina de Bilibino³. A usina foi construída para gerar energia para a cidade e para as minas de ouro que havia por lá. Nós, particularmente, que éramos em cinco, fizemos as fundações das caldeiras. Em uma outra vez nós fomos para o lado oposto, para conhecer outro lugar. Foi justamente no ano em que houve o grande terremoto no Tashkent, capital do Uzbequistão, em que tudo foi praticamente destruído⁴, e eles precisavam, para restaurar a cidade, de pessoas, que vinham de toda a União Soviética. Mas tanta gente foi para lá que não encontraram trabalho na cidade para nós. Além disso, não tínhamos muita boa qualificação para isso, então nos mandaram trabalhar numa área próxima, num lugar onde construíam uma hidrelétrica. Na verdade, eu não trabalhei sem profissão, na aldeia aprendi carpintaria. Além disso, eu era motorista de trator, carro e máquinas agrícolas. Isso porque Nikita Khrushchev fez muitas reformas, depois que Stalin morreu, e uma de suas reformas foi assim: ele achou que aqueles alunos que terminavam o secundário não estavam preparados para a vida, não sabiam nada, então era preciso dar uma profissão para eles, além de estudo. Então nós tínhamos um ano a mais na escola, em vez de um total de 10 anos tínhamos 11 e, sendo o sábado na Rússia um dia de trabalho normal, a semana era dividida em 4 dias de estudos e 2 dias dedicados a aprender uma profissão, isso durante os últimos 3 anos de escola. Os rapazes tinham que escolher entre electricista, operador de cinema, técnico agrícola, condutor de tratores etc., e as moças, bibliotecária, costureira etc. Isso foi muito bom para mim. Então trabalhei muitas vezes nessas equipes estudantis com trator ou como motorista, e isso foi bom de modo geral.

MU — *E hoje? Se hoje houver um jovem com muito talento*

³ Situada próxima ao estreito de Bering, foi inaugurada apenas em 1976.

⁴ Em 26 de abril de 1966, com 7.5 graus na escala Richter e mais de 300.000 pessoas desabrigadas.

para a matemática numa aldeia da Sibéria, esse talento vai se perder?

Shestakov — Bom, o sistema de olimpíadas continua funcionando, só que agora não muitos jovens, mesmo com talento, vão para as ciências matemáticas, por várias razões. Primeiro porque tudo é mais difícil agora. Antes, por exemplo, nós tínhamos apartamentos gratuitos. É claro que era preciso ter paciência, primeiro você recebia um quarto, depois um dormitório etc., ia evoluindo aos poucos. Agora é preciso comprar e os jovens não têm ainda como tomar um empréstimo, uma hipoteca. Só aqueles que moram com os pais conseguem, pois o salário que recebem não dá para mantê-los. Além disso, agora há muito mais possibilidades para os jovens além da ciência, então a ciência perde esses talentos.

MU — *Mas e quanto ao jovem que tem talento para a matemática, mesmo não fazendo carreira em matemática? O sistema educacional ainda vai conseguir encaminhá-lo para áreas mais aplicadas, como engenharia, onde ele possa usar esse talento?*

Shestakov — Bom, no nível secundário não há escolas especializadas nesse sentido, a não ser as escolas técnicas, que já dão uma profissão. Há também várias universidades e academias técnicas, tanto gerais, como a Escola Politécnica daqui da USP, quanto bem especializadas, voltadas para segmentos específicos, por exemplo transporte ferroviário, transporte aquático, mineração etc. Na época soviética eles se chamavam “institutos” mas agora trocaram o nome para “universidades técnicas” e “academias”. Então vários alunos da escola físico-matemática em que eu estudei preferiram ingressar nesses institutos, em áreas mais aplicadas. Além disso, com o passar dos anos o perfil da escola se estendeu. Agora, além de física e matemática, eles procuram alunos de química e biologia.

MU — *E na universidade, como foi sua trajetória, desde o ingresso até chegar no doutorado, como surgiu seu interesse pela álgebra, como conheceu seu orientador?*

Shestakov — Nossa universidade era diferente de outras. De início foi criada como parte desse centro de ciências que se chamava Akademgorodok. Por exemplo, todas as outras universidades tinham professores permanentes, trabalhando em regime de exclusividade, mas em Novosibirsk, pelo menos nas faculdades de matemática, física e química, a maioria dos professores não tinha a universidade como seu lugar principal de trabalho, eram pesquisadores desses centros do Akademgorodok. Eles não tinham uma educação especial pedagógica, mas eram aqueles que faziam pesquisa. A ideia era essa, os criadores do Ramo Siberiano acharam que se a pessoa tivesse empolgação pela ciência, apesar de não ter formação pedagógica, ela seria melhor. Porque a universidade foi pensada para formar, desde o início, um corpo de pesquisadores para o Ramo Siberiano, para esses centros, não professores de secundário.

Outra coisa é o que aqui chamamos “cursos de pós”, que lá se chamavam “cursos especiais”. Havia, é claro, os cursos obrigatórios do programa, mas além disso montes de cursos especiais, e qualquer aluno poderia assistir a esses cursos, mesmo alunos do primeiro ano. Não era obrigatório se inscrever, exceto aqueles que já haviam feito mestrado, que deveriam fazer três cursos especiais anuais e alguns semestrais. Então você poderia fazer esses cursos a qualquer momento. A maioria de nós, especialmente aqueles que já haviam vindo da Escola de Física e Matemática que eu havia cursado, que tinham uma boa base, começavam a fazer 3, 4, 5, alguns até 10 cursos especiais. Aí você entra na sala, claro que não entende 90 por cento do que o professor está falando, mas pelo menos você pode ter uma ideia das coisas, pode ser que entenda sem gostar, ou não entenda e não goste, ou não entenda e goste... Desta maneira, você escolhe cursos de que gosta e no ano seguinte pode se dedicar a eles com mais atenção e compreensão. Além disso, qualquer disciplina era dada em duas partes. Primeiro, um professor dava conferências para praticamente todos os alunos, uns 100 ou mais, e depois os alunos eram separados por grupos. Em dado momento nós tivemos a disciplina de álgebra, com duas

conferências gerais por semana e dois seminários em grupos pequenos, com assistentes. Eu assisti às conferências do professor Anatoly Shirshov, um algebrista de renome, conhecido, e o seminário foi dado por seu ex-aluno Konstantin Zhevlakov. Foi muita sorte ter esses dois ao mesmo tempo, pois tinham estilos diferentes e complementares. O professor Shirshov, de baixa estatura física, deu um curso bem rígido em que falou pouco e conseguiu dar muita matéria com poucas palavras, sem mostrar muitas “emoções”, e Zhevlakov era o oposto, ele era enorme, explicava com os braços, com muito entusiasmo, e então eles se complementavam. Além disso, Zhevlakov cativava as pessoas. Naquele ano houve um recorde de estudantes que escolheram álgebra. Foi uma combinação especial que só ocorreu naquele ano. E Zhevlakov me conhecia porque, para fazer essas olimpíadas regionais, as pessoas de Novosibirsk vão para as cidades de toda a Sibéria. Alguns anos antes ele havia ajudado a organizar a olimpíada em Irkutsk, quando eu ainda era secundarista e ganhei o primeiro lugar, e ele se lembrava disso. Essa ligação contribuiu para que eu me mantivesse interessado. Ele foi, além de muito bom matemático, uma pessoa muito boa. Infelizmente morreu jovem, com apenas 32 anos, de câncer. Era assistente quando me deu as aulas, mas quando morreu já era titular. Ele tinha cerca de 10 alunos de doutorado, incluindo eu, mas nenhum de nós conseguiu defender a tese antes de seu falecimento. Depois todos nós passamos à orientação de Shirshov. Por isso eu tenho oficialmente dois orientadores.

Ainda no mestrado, Zhevlakov organizou um seminário especial para alunos, de introdução à pesquisa. Além de dar artigos para estudar, ele tinha um método interessante. Começávamos a estudar certa área resolvendo problemas: ele dava uma lista de exercícios, nós os resolvíamos e no final dos exercícios tínhamos provado um teorema. Depois, pouco a pouco, ele deu pequenos problemas para fazer algo novo. Isto foi muito bom. Creio que é a melhor maneira de aprender, fazendo exercícios. Depois nós mesmos seguimos esse modelo com nossos próprios alunos. Além disso, exis-

tia um outro seminário, de pesquisa, mais sério, organizado por Shirshov. Logo nos convidaram para esse seminário e foi assim que comecei. Shirshov acabou me convidando para integrar o corpo de pesquisadores do Instituto de Matemática, mesmo sem eu ainda ter feito o doutorado. Existiam três níveis distintos: pesquisador estagiário, pesquisador júnior e pesquisador sênior. Eu entrei como pesquisador estagiário. Foi assim: quando terminei a universidade, ainda tinha aquele problema de escolher onde trabalhar. Porém você não precisava ir trabalhar pelos três anos obrigatórios se você tivesse uma recomendação para o doutorado. Eu tinha essa recomendação e queria fazer doutorado no Instituto de Matemática, mas então Shirshov disse que eu não precisava, que eu podia fazer minha tese já como pesquisador do Instituto. Eu fiquei contente, porque era bem difícil, mesmo para quem terminava o doutorado não era garantido que conseguisse o emprego no Instituto. Isso para mim foi uma surpresa muito agradável. Então fiz meu doutorado, em três anos, já sendo pesquisador do Instituto. É preciso esclarecer que o Instituto não pertencia ao Sistema de Educação Superior mas sim à Academia de Ciências; era um análogo do que é o IMPA, um instituto de pesquisa.

MU — *Você, Shirshov, Zhevlakov e também Arkadii Slin'ko, escreveram um livro que é famoso, “Rings that are nearly associative” [9]. Ele foi escrito nessa época?*

Shestakov — Não, foi depois. Originalmente Shirshov e Zhevlakov queriam escrever o livro, eles tinham combinado. Quem escreveria, de fato, seria Zhevlakov, porque Shirshov ocupou muitos postos administrativos, ele foi vice-diretor do Instituto de Matemática. O diretor era Sergei Sobolev⁵, fundador do Instituto. Mais tarde seu nome foi até incorporado ao nome do Instituto. Sobolev, como era muito famoso, praticamente não se dedicou aos problemas cotidianos do Instituto e Shirshov acabava por dedicar a maior parte do seu

⁵ Certos espaços de Banach, muito usados em equações diferenciais parciais, são chamados de espaços de Sobolev em sua homenagem.

tempo a isso. E ficava para Zhevlakov a tarefa de trabalhar com os alunos. Então realmente era Zhevlakov quem tinha que escrever. Mas ele morreu sem começar a escrever esse livro. Slin'ko era aluno de doutorado e eu, pesquisador estagiário do Instituto, mas nós decidimos que tínhamos que manter o seminário, era como se fôssemos os “irmãos mais velhos da família”. E, após defendermos nossas teses, também decidimos que deveríamos dar o curso que Shirshov e Zhevlakov davam. Durante três anos demos esse curso e, então, decidimos publicar seu conteúdo, usando o conteúdo dos cursos que Zhevlakov nos deu. Ou seja, era justo colocar o nome dele, embora a essa altura o conteúdo já estivesse bem diferente, pois as coisas já tinham mudado bastante, com desenvolvimentos nossos também. E Shirshov, claro, como ele foi fundador da área, ali tem muitos teoremas dele e ele nos fez muitos comentários, então ele também entrou como autor. O livro foi publicado em 77, cinco anos depois que Zhevlakov morreu. Foi mais ou menos quando defendi minha segunda tese, de doutor em ciências, que é mais ou menos como a livre-docência aqui.

MU — *Você teve outros alunos, além de Umirbaev?*

Shestakov — Sim, claro. Bom, não lembro exatamente o número, precisaria dar uma olhada, mais de 20 de mestrado e acho que 14 de doutorado, incluindo os de lá, os da Espanha e os daqui. Mas a maioria foi em Novosibirsk, no final já tinha 4 ou 5 alunos por ano, porque lá fazíamos esses seminários de problemas. É curioso que, no primeiro ano, eu tinha alunos muito bons assistindo ao seminário. Os primeiros eram Efim Zelmanov [Medalha Fields em 94], Yuri Medvedev, Victor Zhelyabin, que inclusive já esteve aqui no Brasil, Umirbaev um pouco depois, Vladimir Skosyrskij; e eu não percebia que era algo excepcional. Mas nos outros anos não foi bem assim e agora compreendo que era uma situação muito especial.

MU — *Zelmanov foi seu aluno nesses seminários? Você foi orientador dele?*

Shestakov — Ele participava desse seminário, mas oficialmente eu não fui orientador dele. Ele começou o mestrado e o doutorado com o professor Leonid Bokut, que é de lá, e sua área é anéis associativos, então os primeiros trabalhos que escreveu foi sobre anéis associativos. Seus amigos participavam do meu seminário, e ele vinha junto, primeiro por curiosidade, mas então ele se interessou e mudou sua área de atuação, sem trocar de orientador. Todos os resultados de sua tese ele fez na nossa área.

MU — *Você teve uma influência forte em Zelmanov para mudar de área?*

Shestakov — Ele escolheu a área assistindo ao nosso seminário... Mas no seu caso seria melhor dizer que ele “estendeu sua área de atuação”. Ele também é um grande especialista na sua primeira área, anéis associativos, além de teoria de grupos.

MU — *Você tinha alguma outra atuação na Universidade ou no Instituto, além da pesquisa e das aulas?*

Shestakov — Fui chefe do Laboratório de Anéis Não Associativos. O Departamento de Anéis tinha esse laboratório e o Laboratório de Anéis Associativos. Depois assumi a chefia do departamento no lugar de Shirshov, quando ele faleceu. Também durante cinco anos eu fiquei no posto de secretário científico do Instituto. O trabalho principal era fazer planos de pesquisa, redigir o plano de pesquisa conjunto do Instituto, e a cada ano fazer um relatório de pesquisa com os resultados principais de cada área.

MU — *Então para fazer isso você precisa ter uma formação sólida em todas as áreas da matemática...*

Shestakov — Bom, tem que mais ou menos compreender as coisas...

MU — *E isso você recebeu na sua formação?*

Shestakov — Eu não diria tanto, mas sem saber nada é complicado, claro. Bom, se eu não entendia eu chamava a pessoa e ela me dava detalhes, porque nunca

queria escrever nada sobre o que eu não entendia. Esse relatório estava sujeito a esclarecimentos, ele continha o que julgávamos ser os resultados principais do Instituto. Era preciso também dar recomendações sobre quais resultados poderiam ser incluídos no relatório de todos os institutos do Ramo Siberiano. Portanto, se eu recomendava, estava sujeito a esclarecer detalhes. Além disso, esse trabalho envolvia todos os assuntos de política científica do Instituto, mudança de planos dos laboratórios etc.

MU — *E na universidade, no ensino?*

Shestakov — Além do posto no Instituto de Matemática, eu era professor da Universidade de Novosibirsk, de 70 a 89, em meio período. E também tive um vínculo com a Escola de Física e Matemática, eu sempre tive muito carinho por ela e por isso mantive o contato... Eu vim da aldeia, não sabia praticamente nada de matemática, de física, de integral, de derivada, mesmo de matemática elementar, e além disso tínhamos lá uma formação não só em ciências exatas, mas em ciências humanas, literatura, história...

MU — *Marxismo?*

Shestakov — Sim, mas felizmente essa escola não era... bom, é preciso dizer que, em geral, toda essa cidade do Akademgorodok em Novosibirsk foi criada na época do “veranico” da União Soviética, depois de Stalin, e vieram muitas pessoas saídas dos *gulags*⁶, muitas coisas não eram tão rígidas. A criação desse centro científico ocorreu nessa época e ali foi o lugar mais aberto do país para estrangeiros. Em todos os sentidos, acho que esse foi o lugar mais democrático da União Soviética. Os criadores dessa escola eram de pensamento aberto, então eles convidaram, para as aulas de literatura, história etc., os professores não só de marxismo-leninismo, mas ao contrário, nós tínhamos eventos em que convidavam escritores, compositores etc., a ideia da escola era criar algo como a “elite” da ciência, ou algo assim.

⁶ Campos de trabalho forçado para criminosos e presos políticos da era Stalin.

Isso foi incrível para o meu desenvolvimento, eu havia chegado ali praticamente ignorante... Por isso eu tinha muito carinho por essa escola, onde me deram tanto, e queria ajudá-la. Então, desde aquele tempo, eu comecei a participar desse esquema de olimpíadas e fui para outros lugares para organizá-las. Durante muitos anos fui membro do comitê de olimpíadas do Ramo Siberiano, fui vice-presidente desse comitê, fiz parte do comitê de olimpíadas não só da Sibéria, mas durante alguns anos fui do comitê da União Soviética inteira, para fazer olimpíadas em outras repúblicas. Fazíamos problemas para essas olimpíadas, e isso foi por bastante tempo. Slin’ko era meu colega nisso e se dedicava bastante. Ele foi convidado para a Olimpíada Internacional de Matemática, ajudando a equipe da URSS, e depois de vários anos foi convidado para a Nova Zelândia para formar equipes de lá, e está lá até hoje. Também durante muitos anos eu dei aulas na Escola de Física e Matemática, nos últimos anos eu era o responsável pela cátedra de matemática. Lá tem esse esquema, como na universidade, com aulas magnas de um professor e aulas práticas com outros professores, então eu dei lá palestras de matemática para os alunos, além das aulas na universidade. Além disso, participei do vestibular da universidade várias vezes, na comissão do exame de matemática, que é reconstituída a cada ano.

MU — *Você é considerado um dos fundadores da álgebra não associativa...*

Shestakov — Não, isto não é certo. Na Rússia, na União Soviética, Shirshov é considerado o fundador. Não, fundador não, eu apenas continuei a desenvolver suas teses.

MU — *Um grande propagador então?*

Shestakov — Pode ser...

MU — *E os primeiros congressos, organizados na União Soviética, como foram?*

Shestakov — De fato, por que eles não existiam antes, nessa área? É que na União Soviética a separa-

ção entre álgebras associativas e não associativas não era tão notável como era em outros países. Shirshov mesmo tinha bons resultados tanto para anéis associativos como não associativos e nós tínhamos grandes seminários de anéis, só de anéis. Zelmanov também tem resultados nos dois contextos, e em teoria de grupos, eu diria que nós tínhamos mais relação entre as disciplinas diferentes. Por exemplo, entre álgebra e lógica. Quem fundou a álgebra na Sibéria foi [Anatoly Ivanovich] Mal'tsev. Ele criou uma revista e um seminário de álgebra e lógica, e convidou Shirshov e outros, Shirshov como especialista em teoria de anéis, outros como especialistas em teoria de grupos etc., então nós temos muito boa relação entre álgebra e lógica matemática. Mal'tsev fez muita coisa aplicando lógica para álgebra, e todos trabalhavam assim, mostrando e usando relações entre áreas diferentes. Eles trabalhavam em várias áreas e mostravam que tudo era parte de algo unificado. Por exemplo, Zelmanov ganhou a Medalha Fields resolvendo o problema de Burnside sobre grupos⁷, mas aplicou lá métodos de álgebras de Jordan e álgebras de Lie, e isso é exatamente consequência desse ambiente. Shirshov não gostava de sublinhar essa diferença entre associativo e não associativo, ele não gostava disso. Inclusive não gostava que lhe chamassem de algebrista, ele dizia que era matemático. No entanto, logo eu percebi que valia a pena fazer uma conferência específica, além das conferências grandes. Isso foi em 88, em No-

vosibirsk, onde fizemos a primeira conferência sobre álgebras não associativas. Essa primeira foi ainda sem a participação de estrangeiros, mas foi muita gente, e todos acharam que tínhamos que continuar. Então, depois de dois anos, fizemos outra no Uzbequistão, onde já participaram estrangeiros, e nessa reunião ficou decidido fazer a reunião seguinte na Espanha, de cuja organização também participei. A quarta foi aqui, em 98, e a quinta, no México. Agora estamos pensando em quem vai continuar, há propostas para que seja no Texas ou na Espanha. Além disso, abrimos outra linha de conferências, sobre álgebras de Lie e de Jordan, suas representações e aplicações, com eventos científicos desde 2002. Aliás, em julho de 2009 faremos a sua quarta edição em Manaus.

MU — Quando se fala em “álgebras não associativas”, afinal, o que é uma álgebra não associativa, é simplesmente um anel, que tem uma aplicação bilinear?

Shestakov — Em geral é só isso...

MU — Mas é possível ir longe só com isso?

Shestakov — É claro que com tal definição geral é muito difícil obter resultados, digamos, profundos e interessantes, isso é muito geral. A associatividade é uma restrição natural, porque vale em álgebras de transformações, com a operação de composição. De fato, qualquer anel associativo tem uma representação como transformações, como endomorfismos, de um grupo abeliano, que pode ou não ser um espaço vetorial. Mas na natureza aparecem também outros objetos desse tipo, em que se tem a aplicação bilinear mas não há associatividade, o exemplo mais famoso é o de anéis de Lie. Também em mecânica quântica aparecem anéis de Jordan, há também as álgebras alternativas, que aparecem como octônios, com muitas aplicações na geometria e na física. Por um lado, não se pode estudar qualquer anel não associativo sem qualquer restrição, mas por outro lado você pode escolher um monte de classes. Então qual é o critério? Qual tem que estudar? Bom, primeiro aquelas que apareceram natu-

⁷ Em 1902, William Burnside colocou a questão: um grupo finitamente gerado, em que todos os elementos têm ordem finita, é necessariamente finito? Em 1964, E. S. Golod e I. R. Shafarevich responderam negativamente, apresentando um grupo infinito com essas propriedades, mas sem uma limitação uniforme para a ordem de seus elementos. Essa pergunta ficou conhecida como o problema geral de Burnside. O problema de Burnside limitado acrescenta a hipótese de que o grupo tem um expoente n : para todo elemento g , g^n é a identidade. A resposta neste caso também é negativa, como mostraram, em 1968, Pyotr S. Novikov e Sergei I. Adian (embora para certos valores específicos de n não se tenha resposta até hoje). O que Zelmanov fez foi dar uma resposta positiva para o problema de Burnside restrito, provando que se um grupo tem m geradores, expoente n e, por hipótese, é finito, então a ordem do grupo é limitada por uma constante que só depende do par (m, n) .

ralmente em certas áreas, que têm aplicações, relações etc., e do outro lado aqueles que têm boa teoria, pois os métodos para estudar essa classe podem servir para outras. Como sempre em matemática, primeiro esses objetos aparecem de uma parte da matemática ou da física, as pessoas começam a estudá-los e depois eles ganham vida própria, mas sempre é preciso fazer relação entre as classes, entre as coisas que geram, os conceitos... Portanto, não existe uma teoria de todas as álgebras não associativas, isso é muito geral. Mas algumas classes naturais, por exemplo as álgebras de Lie e as álgebras de Jordan, têm uma teoria bem desenvolvida, que tem relações com outras áreas de álgebra, geometria e, inclusive, física teórica.

MU — *O trabalho premiado é sobre álgebras associativas, não?*

Shestakov — Sim, “bem” associativas e comutativas, são polinômios, não tem classe mais comutativa e associativa... bom, talvez um corpo! Mas nós aplicamos lá métodos de álgebras de Lie. Nós consideramos uma operação nova, que é o colchete de Poisson, e com o colchete e seu grau nós conseguimos controlar o processo de redução de grau.

MU — *É uma das motivações para se estudar álgebras não associativas?*

Shestakov — Para polinômios sim, se quisermos por exemplo saber sobre derivações de polinômios, isso já é álgebra de Lie, isso é importante. Até agora há problemas abertos sobre derivações em polinômios. Eu vou dar só um: no anel de polinômios com duas ou mais variáveis complexas, descrever as derivações para as quais esse anel não tem ideais invariantes. Até agora não se tem uma tal descrição. Aqui no Brasil tem o Severino Collier Coutinho, o Daniel Levcovitz, o Yves Lequain, que trabalham mais ou menos nessa área. Ou seja, mesmo na classe de polinômios, que é um objeto clássico, há muitas coisas para se fazer. A Conjectura do Jacobiano também tem uma formulação nos termos da não associatividade.

MU — *Há algum objetivo de longo prazo, algum grande programa para a área?*

Shestakov — Com esse resultado apareceram vários problemas, há muitas perguntas em aberto. Por exemplo, nós provamos que existem esses automorfismos selvagens, mas sobre sua estrutura... Se fosse ao contrário, que todos os automorfismos fossem mansos, então sua estrutura seria mais ou menos conhecida, tem os elementares, dos quais todos os outros você pode obter. Mas, como a resposta é negativa, como é, então, descrever esses que são selvagens? Por enquanto há algumas conjecturas, mas não há uma conjectura unificadora. A área é incógnita, só temos exemplos isolados. Alguns já fizeram trabalhos em que generalizam resultados particulares ou já avançam um pouco mais a compreensão. Por exemplo, em nosso trabalho nós introduzimos cinco classes de automorfismos e demos exemplos para algumas dessas classes, mas para outras não tínhamos nenhum. Recentemente, Kuroda provou que uma dessas classes é vazia. Isso foi interessante, porque era justamente a classe mais difícil de tratar, e ele mostrou que não é mais preciso pensar nela. É bom, porque há pessoas que leram o trabalho, aprenderam e continuam desenvolvendo.

MU — *Como foi, para você, o impacto de receber o prêmio?*

Shestakov — Foi de surpresa total, eu nem sabia que estava sendo considerado. Foi muito boa surpresa, não esperava.

MU — *E depois disso sua rotina acadêmica mudou muito, muitas entrevistas, palestras?*

Shestakov — Não, nada muito diferente, foi bom receber muitos parabéns de colegas, mas em geral não mudou.

MU — *Você já viajou bastante pelo Brasil?*

Shestakov — Viajei porque é um país maravilhoso, tem muitos lugares bonitos. Já estive duas vezes no Pantanal, em Foz do Iguaçu, em Bonito, fui também a Manaus, Bahia, Fernando de Noronha...

MU — *Foi em algum desses lugares que você comeu jacaré? Você tem fama de gostar de comidas exóticas...*

Shestakov — Essa fama surgiu numa das primeiras viagens para os Estados Unidos. Nós fomos para Madison e logo depois fomos para uma conferência que juntava matemática e física, em Cedar Falls⁸. Um colega alugou uma van e fomos em seis ou sete pessoas, paramos num restaurante e eu vi que tinha rãs no cardápio. Eu pedi e trouxeram quatro pernas grandes, fiz fotos, comi e, logo quando voltamos a Madison, quando fui outra vez a um restaurante, escolhi barbatana de tubarão, porque também nunca havia comido. Mas a esposa do meu colega viu isso e perguntou “Foi você que comeu rãs no outro dia? Será que você nunca come uma comida normal?”. Bom, comida normal eu encontro em qualquer lugar, eu tinha curiosidade de provar algo novo, de que apenas tinha ouvido falar.

MU — *E no Brasil?*

Shestakov — Bom, teve o jacaré, também comi cutia, no Amazonas. Eu gosto da comida brasileira. Por exemplo, agora fui a uma conferência no Canadá, e nos últimos dias já sofria, sentia falta de comida boa. Tem muita coisa interessante por lá, mas a comida... Bom, comi salsichas de alce, a única coisa diferente...

MU — *Alguma palavra final?*

Shestakov — Eu gostaria de agradecer pela entrevista e desejar boa sorte aos futuros matemáticos!

Referências

[1] BASS, H.; CONNELL, E. H.; WRIGHT, D. The Jacobian conjecture: reduction of degree and formal expansion of the inverse. *Bulletin of the American Mathematical Society*. (N.S.), v. 7, no. 2, p. 287–330, 1982.

[2] VAN DEN ESSEN, A. *Polynomial automorphisms and*

⁸ V International Congress on Hadronic Mechanics and Non-potential Interactions, 1990.

the Jacobian conjecture. Basel: Birkhäuser Verlag, 2000. (Progress in Mathematics, 190)

[3] VAN DEN ESSEN, A. The solution of the tame generators conjecture according to Shestakov and Umirbaev. *Colloquium Mathematicum*, v. 100, p. 181–194, 2004.

[4] JUNG, H. W. E. Über ganze birationale Transformationen der Ebene. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, v. 184, p. 161–174, 1942.

[5] VAN DER KULK, W. On polynomial rings in two variables. *Nieuw Archief voor Wiskunde*. (Ser. 3), v. 1, p. 33–41, 1953.

[6] NAGATA, M. On the automorphism group of $k[x; y]$. Tokyo: Kinokuniya Book-Store: 1972. (Department of Mathematics, Kyoto University, Lectures in Mathematics, No. 5).

[7] SHESTAKOV, I. P.; UMIRBAEV, U. U. The tame and the wild automorphisms of polynomial rings in three variables. *Journal of the American Mathematical Society*, v. 17, no. 1, 197–227, 2004.

[8] SHESTAKOV, I. P.; UMIRBAEV, U. U. Poisson brackets and two-generated subalgebras of rings of polynomials. *Journal of the American Mathematical Society*, v. 17, no. 1, p. 181–196, 2004.

[9] SMALE, S. Mathematical problems for the next century. In: ARNOLD, V.; ATIYAH, M.; LAX, P.; MAZUR, B., eds. *Mathematics: frontiers and perspectives*, Providence: AMS, 2000. p. 271–294.

[10] ZHEVLAKOV, K. A.; SLIN’KO, A. M.; SHESTAKOV, I. P.; SHIRSHOV, A. I. *Rings that are nearly associative*. Translated from the Russian by Harry F. Smith. New York-London: Academic Press, 1982. (Pure and Applied Mathematics, 104)