

O CONTO DA ESFERA DESPENTEADA

Daniel Cordeiro de Moraes Filho

UFCG

Ao Professor Djairo Guedes de Figueiredo, em seus 80 anos, por gostar de Matemática e de palavras

Bebe vinho, ele te devolverá a mocidade,
a divina estação das rosas, da vida eterna,
dos amigos sinceros. Bebe, e desfruta
o instante fugidio que é a tua vida.

Omar Khayyam (1048-1131), In: *Os Rubaiyat*

As palavras e os matemáticos

Muitos imaginam que a vida dos matemáticos se resume a números, fórmulas, contas mirabolantes, cálculos mágicos que ninguém consegue compreender. Ledo engano! A vida e o trabalho de um matemático também estão cheios de palavras, em verdade, da minuciosa busca de boas palavras para transmitir o significado do que exatamente queremos dizer. É preciso falar de forma concisa e precisa, encontrar a palavra certa para batizar as ideias, dar o nome adequado a cada habitante da intrincada e esotérica fauna matemática.

Os matemáticos vivem em um mundo construído aos poucos, criado lentamente, mundo de definições, de teoremas, demonstrações, de descoberta após descoberta. Pelo caminhos da pesquisa matemática ninguém sabe exatamente onde vai chegar, na verdade, se vai chegar, muito menos o que vai encontrar. Nessa trajetória pedimos emprestado algumas palavras do dia a dia, criamos outras, abduzimos mais algumas.

Entrando em nosso mundo as palavras têm outros usos, significados diferentes, se transformam como se

fossem escritas com outras letras, falam outros sons, outro idioma, mas são, exatamente, as mesmas palavras da língua de Camões! Sequestramos palavras e depois as convertemos no que queremos que sejam. Tornam-se nossas!

Passeemos um pouco nesse mundo das palavras matemáticas, sem nos preocupar com seus significados matemáticos. Nosso trajeto permeia trocadinhos, bom humor, letras, ideias e, principalmente, palavras!

O futebol e as palavras matemáticas

Bom começo é começar com o futebol.

Como seria o futebol se o mundo fosse só Matemática? As bolas poderiam ser abertas, fechadas, semifechadas, quadradas, em forma de fitas, de losango, sem formas, ter várias formas. Existiriam bolas estranhas, diferentes...

E se o futebol fosse em um campo de vetores ortogonais, as bolas furariam no primeiro chute.

Por outro lado, só conseguiríamos chutar bolas em espaços uniformemente convexos, senão a bola rasga a chuteira, machuca o pé do jogador e não tem jogo.

Bem, é certo, não dá para jogar futebol com a maioria das bolas matemáticas, mas nada impede de qualquer matemático continuar torcendo pelo time do coração.

A paixão e as palavras matemáticas

E quando se fala em coração, por mais estranho que pareça, os termos matemáticos surgem de forma inesperada.

Para desgosto dos amantes, existem sim uniões disjuntas. Nem se sabe se se unem forçadas ou por amor, mas se unem. Contrariando o amor côncavo e convexo da música de Roberto Carlos, na Matemática só trabalhamos com conjuntos convexos! Não liguem, nem por

isso o amor há de deixar de existir. No mais, em uma relação binária, cada um procura seu par usando o Axioma da Escolha, e as cenas mais românticas podem ficar eternizadas em um retrato de fase, exposto na cabeceira da cama.

Lembrando ainda os amantes, há os pontos aderentes, pregadinhos a seus conjuntos, unidinhos como caissais em começo de namoro.

Os de acumulação vêm de fora, chegam lentamente, se aproximando pouco a pouco e depois não largam do pé.

Há também os solitários, os pontos isolados, completos ermitões, não querem saber de ninguém, vivem de mau humor em seus mundos:

– Estou em minha bola! Fiquem na sua! Não me perturbem! Tudo Hausdorff! Tudo Hausdorff!

Ainda na família dos pontos, há os não-degenerados, sem precisar ser santinhos! Há também os degenerados que levam esse nome de batismo sem chegar em casa sempre a altas horas da noite, de pileque, na pontinha dos pés.

O vinho (tinto!) e as palavras matemáticas

Falando em pileque, na Matemática há garrafas que só se enchem em outras dimensões. Na verdade, aí do matemático que vista camisa de linho com curva de Peano bordada na lapela, resgate seu paletó do armário, use uma faixa de Möebius como gravata borboleta e encha a cara com uma garrafa de Klein cheia de saboroso vinho tinto – desses de matar de inveja o velho Khayam!¹ Há de ficar desorientado: quando sai de casa tudo está

¹ *Omar Khayyam* (1048-1131): matemático, astrônomo e poeta persa. Na matemática ficou conhecido, principalmente, por ter resolvido alguns tipos de equações do terceiro grau, usando métodos geométricos. Mas é na poesia que tornou-se amplamente celebrado e apreciado por seus versos: *Os Rubaiyat*. O sucesso como poeta talvez venha de sua filosofia: *para que desvendar os segredos do mundo e do destino? De nada adianta, só a morte é certa, bebe, pois, um bom vinho ao lado de uma bela jovem!* O livro tem várias traduções em diversas línguas, temos notícia de quatro para a língua portuguesa, pode-se encontrar uma no endereço <http://www.ebooksbrasil.org/eLibris/rubayat.html> (consultado em maio de 2018).

bem, mas quando volta, ele ou a casa está de cabeça para baixo, literalmente! E em seu percurso, para acompanhar o vinho, ele caminha degustando uma distribuiçõzinha bem temperada – com pouco sal – implicitamente escondida em um cubo de Hilbert guardado no bolso do paletó.

Caso a desorientação seja tanta e garrafa caia, quebrando-se em dois pedaços, tudo bem, dos cacos ainda ressurgem duas faixas de Möbius, e tudo começa de novo.

Medicina, Botânica e as palavras matemáticas

Para os preocupados com o corpo existem conjuntos magros, que não fazem dieta e nem frequentam academias. Mas não existem conjuntos gordos. Para satisfazer os mais místicos, existem corpos fechados, sem rezas fortes e sem medo de mal olhado.

E olhe que os corpos da Matemática nem precisam de cabeça, tronco e membros, apenas de duas operações. Operações não necessariamente cirúrgicas, mas se fossem, ainda seriam Matemática. Cirurgias topológicas, colagens, cortes, tudo ainda é Matemática.

Se nossa conversa lembra Medicina, que tal a palavra lipschtziana? Nome de protozoário figurando em algum exame médico? Não, apenas um tipo de função.

E prostaférese? Todos jurariam ser uma infecção ou alguma doença na próstata... Nada disso! Apenas fórmulas da trigonometria para transformar produtos em somas, muito usadas para simplificar certos cálculos, antes da invenção das calculadoras e dos computadores.

E anticlépsidra? Algum tratamento médico recém-inventado? Um monstro mitológico desconhecido? Não! Simplesmente um tipo de sólido especial usado para calcular o volume da esfera.

Diante dessa aparente ligação das palavras matemáticas com a Medicina, rogamos que um médico nunca nos diga:

– O senhor tem uma lipschtziana no pulmão esquerdo e o pulmão direito tomado por uma prostafé-

rese!

– Então, doutor, não é possível tentar a anticlépsidra?

– Não. A única coisa a fazer é tocar um roque nacional!²

Pedimos também algumas palavras emprestadas da Botânica. Já perceberam que na Matemática, cones têm folhas, hipérbolos têm ramos e números têm raízes?! Pois é... mas não é Botânica, é Matemática...

Gente e as palavras matemáticas

Continuando nossa viagem pelas palavras, para nós, matemáticos, série e sequência são coisas distintas. Pode? Pode! Série é o limite de uma sequência, mas nem toda sequência é uma série. É sério, os filólogos podem nem concordar, mas é verdade! Outra coisa, uma sequência do tipo 3, 7, 10, 17, 27 ..., que todos vêem que varia, é chamada monótona! Sim, acreditem, a chamamos mo-nó-to-na!

E os números? Parecem gente. Números primos que são precisam ser parentes; números amigos que não se conhecem; números transcendentos sem serem gurus indianos; números perfeitos, raros como gente perfeita; números irracionais, como se números pudessem pensar; números reais, como se precisassem provar que existem; números imaginários, como se só existissem em nossa cabeça; números complexos, que não foram inventados por Freud e nem frequentam divã psicoterapeuta; números abundantes, deficientes, surdos, cardinais, ordinais, compostos, de Fermat, aleatórios, triangulares, sexagimais, pitagóricos, pentagonais, quadrados....ufa! Números, números e mais números e haja palavra para tantos números!

Família e as palavras matemáticas

E temos muitas outras palavras...

Se função tivesse família, que nomes teriam...!!! Imaginem uma função se chamar Função Contínua. E sua

² Homenagem ao poeta pernambucano Manuel Carneiro de Sousa Bandeira (1886-1968). Essa é uma paródia do final do poema *Pneumatórax*, do livro *Libertinagem*, lançado em 1930.

irmã, que se acha preterida, chamar-se Função Semicontínua. Sua tia mais pobre chamar-se Função Semicontínua Inferiormente. Já a prima mais humilde ainda chamar-se Função Fracamente Semicontínua Inferiormente. E a nobre da família, que conseguiu subir na vida, aquela prima rica que comprou o título mas não consegue se livrar do nome de origem, se chamar Função Fracamente Sequencialmente Semicontínua Inferiormente! Alguma função consegue ter um nome mais pomposo?

E se fosse gente? Na infância, a mãe gritaria desesperada:

– Sequencialmente Semicontínua Inferiormente, não mexa no gráfico de sua priminha!

Na adolescência, o pai, sem paciência:

– Ah, não, Fracamente Sequencialmente Semicontínua Inferiormente, de novo vou ter de enfrentar aquele engarrafamento para buscá-la na sua aula de análise funcional não-linear?!

Ao, morrer, no velório, as funções amigas, tomadas pelo nome da finada, comentariam enternecidas em irônicos trocadilhos:

– Francamente, a Fracamente Sequencialmente Semicontínua Inferiormente nunca foi suficientemente forte para enfrentar quase continuamente a sequência de acontecimentos dos teoremas da vida! Era uma boa função...se nunca integrou também nunca derivou!

– Tirando os defeitos tinha medida nula, mas de um caráter não-mensurável! Nunca vamos esquecê-la.

Nomes de teoremas

E os teoremas? A gente prova o Teorema do Sanduíche sem comer nenhum deles; repassa o Teorema da Alfândega sem precisar fugir da Receita; demonstra o Teorema do Valor Médio e o Teorema do Valor intermediário sem fazer média com ninguém; ensina o Teorema do Resto Chinês sem falar Mandarim.

E o Teorema da impossibilidade de pentear uma esfera? Bem, isso merece uma história. Permitam-me contá-la:

O conto da esfera cabeluda

Ocorreu no Rio de Janeiro, em plena Praia de Copacabana. Vi com meus próprios olhos. Infelizmente não há testemunha. Não tenho como demonstrar o que vou falar, mas acreditem, é verdade!

Para se manter no Rio, um promissor estudante de matemática decidiu fazer bico em um salão de beleza. Descobriu esse dom quando se convenceu que não conseguia cancelar expressão algébrica alguma, apenas cortar os termos. Era bom de cálculo e de tesoura. Resolveu também cortar cabelos.

Lá se foi o inocente para seu primeiro dia de trabalho.

De repente sua primeira cliente entra no salão de beleza. Uma esfera cabeluda. A esfera entra educadamente no salão, usa uma topologia refinada, discreta. Quase sem ser percebida diz baixinho que precisa ser penteada, escova progressiva. Alisando assintoticamente suas deixas, confessa que só usa xampu para vetores normais, mas isso não estava resolvendo seu problema de penteado matemático. E o estudante, nervoso a princípio, é forçado a informá-la que não pode penteá-la. Não por falta de vaga no salão ou de tempo, mas já se provou: não é possível pentear uma esfera!

A indignação

De repente, a coisa mudou e a topologia virou caótica. Nunca se viu esfera tão brava em toda Matemática. O tempo ficou fechado e aberto ao mesmo tempo, mudança repentina de variáveis.

A esfera armou o maior problema matemático desde o mestre Euclides! Xingou, chorou...e partiu para o escândalo:

– Olha pra mim, querido! Tenho a forma perfeita! Sou dona de várias posses, vivo em uma cobertura aberta numa vizinhança tubular muito chique de frente para o mar! Avenida Atlântica, tá? Atlântica! Só apreciando o Teorema do Passo da Montanha lá de cima... Não é por ter um grupo fundamental trivial e meu grupo ser solúvel que vou aturar ser humilhada por um estudantezinho de Matemática! Sou de primeira cate-

goria! Apesar de simples, sou simplesmente conexa, simplexa, simplética, simpática e super! – pediu respeito e continuou com ódio incontido – Tenho boa projeção estereográfica na alta sociedade carioca! Sou a maior colecionadora de discos de vinil do Rio de Janeiro, uma coleção não enumerável de L^p 's a compactos, pré-compactos e paracompactos, possuo variedades e subvariedades deles! Por sinal, toda variedade deseja ser a gostosona aqui! Vivem imitando um pedacinho de mim!

Continuou esbravejando:

– De senos a cossenos, de catetos a hipotenusas, nunca fui tão insultada! Não sou essas pseudoesferas que andam por aí rebolando seus círculos maiores para qualquer teorema que encontram pela frente! Não dou o número de Betti do meu celular para nenhuma geometrizinha que me aparece pela frente! Dá só uma olhadinha em minha curvatura principal! Aprecia! Sou poderosa, cuidado! Conheço muitos polinômios influentes, todos do mais alto grau! Tenho uma relação biunívoca, aberta, simétrica, mas bastante madura e reflexiva com um plano osculador maximal da Matemática. Gente de projeção, refinado, bom-ordenado! Somos um casal harmônico maravilha, nossa frequência ressonante está sempre em alta. Ontem, mesmo, me presenteou um anel de integridade lindo, coisa mais chique do mundo, ouro puro, cravejado com rubis e esmeraldas! Comigo, meu filho, para seu conhecimento, soma de ângulos internos de triângulo tem mais de 90° , e também não tem essa de paralelas se encontrarem no infinito! Como fui boba! Dava logo para notar que seu interior é vazio, gente como você é um divisor de zero! Vou lhe empurrar um processo diagonal de Cantor na Justiça! Sabe qual a Regra da Cadeia que você vai provar de hoje em diante? Pão seco e banho de sol uma hora por dia, se o carcereiro permitir, é claro! Pra você, um nó não-trivial, a Lei do Paralelogramo e o Teorema do Gráfico Fechado, sem aplicação aberta alguma!

(Suspiros!)

Continuou sem dó:

– Comigo é assim! Sou assintoticamente estável, mas

se mexem comigo, minhas fibras se contraem e quebro tudo, particiono até unidade! Sabe de uma coisa? Chegamos ao ponto crítico de nossa conversa! Não há transformação afim alguma entre nós dois, tá? Dessa nossa conversa ficam alguns resíduos e seu espectro bem descontínuo como um fantasma a me perseguir para nunca lhe esquecer!

O estudante nada conseguiu dizer, paralisado.

A esfera foi embora gritando, pediu um atlas para exibir que tinha condições de ir para onde quisesse, e, em gesto humilhador apontou o primeiro mapa que viu pela frente. Sumiu desorientada, tomando o primeiro fluxo contínuo via Avenida Atlântica, e mais nunca foi vista!

O rapaz, assustado, correu do salão e desistiu de cortar cabelos. A Matemática lhe era mais fácil e, tonto de ouvir tantas palavras, retornou para seus cálculos e números.

Foi refletir sobre o ocorrido nas areias de Copacabana.

Palavras matemáticas invadem Copacabana

Fazia sol em Copacabana. Um perfume de Matemática espalhava-se no ar. Palavras matemáticas invadindo os lugares, apartamentos, hotéis, os morros, o biquíni da turista norueguesa de topless e cor de pimenta, a farda do paraibano porteiro de prédios, o sorriso do vendedor de picolé...

Nos restaurantes, homens e mulheres já não provavam a comida, sentiam apenas o sabor da Matemática, o cheiro da Matemática, o som da Matemática. Palavras matemáticas mostrando suas cores, se bronzeando em plena areia, roçando a pele dos banhistas, indo e vindo nas ondas azuis de Copacabana.

Nesse dia, todas as pessoas, felizes, tristes, rebeldes, obedientes, cegas, visionárias, analfabetas, cultas, carancudas, festeiras, todas elas, sem exceção, viram a Matemática, sentiram seu cheiro, seu sabor, o toque da Matemática em suas peles, a música da Matemática acariciando seus ouvidos, as palavras matemáticas afagando suas línguas.

Muitos imaginam que a vida dos matemáticos se resume a números, fórmulas, contas mirabolantes, cálculos mágicos que ninguém consegue compreender. Ledo engano, ledo engano...

Daniel Cordeiro de Morais Filho
Unidade Acadêmica de Matemática
Universidade Federal de Campina Grande
demoraisfilho@gmail.com